
1
7
143







IOANNIS
DELLA FAILLE
ANTVERPIENSIS

E SOCIETATE IESV

In Academia Matritensi Collegij Imperialis
Regij Matheseos Professoris

THEOREMATA
DE CENTRO GRAVITATIS
PARTIVM CIRCVLI ET ELLIPSIS.



ANTVERPIÆ,
EX OFFICINA TYPOGRAPHICA
IOANNIS MEVRSI.
ANNO M. DC. XXXII.

POTENTISSIMO
REGI CATHOLICO
PHILIPPO IV.
HISPANIARVM INDIARVMQ.
MONARCHÆ.

DE Circuli grauitate demonſtrationes REX MAXIME peruigili ſtudio elucubratas, ad ſublime MAIESTATIS V. ſolium debito cultu proſtratus defero: qui orbem circuis poteſtate, grauitate moderaris. Quid enim Circulo ſimilius potentiâ tuâ? quid ponderi propius imperio tuo? Quod enim in cælo orbitæ ambitúſque, in orbe diffuſum imperium Veſtrum eſt, cuius, vt ſic dicam, circulo maria terráſque ambis, complecteríſque tot regna populóſque alio ſub ſole calentes. Potentiam magnificentia comitatur, nec aliter quàm ſol diurno re-

gressu mundum illuminat, ita sparso per vniuersum fulgore, Maiestas V. lustrat omnia fouétque. Nec aliter ipsa terræ moles grauitate suâ, quàm pondere & constantiâ regiminis tui quiescit, omni pedum impulsu vacillatura, nisi vnum hoc momentum pertinacius eam loco assereret suo. Rectè igitur hoc inuentum tuis temporibus reseruatum, quibus felicissimè magnitudinem tuam velut symbolum repræsentaret. Etsi enim Circulum è centro suo æquilibrare notissimum fuerit, quibus tamen ex punctis eius æquilibrent partes hactenus fuit ignoratum: & primus, ni fallor, in fragmenta dissectum, ad seueram illam mechanicarum speculationum trutinam expendi. Hieroni Syracusarum Regi Archimedæa inuenta accepta ferimus: cuius tam felicis ingenij exuuiæ, si non totæ periere, certè minore sui parte vitarunt Libitinam. TIBI REX MAXIME non inferiora debebunt posteri, fecisti enim

enim vt multi per Te aggredi possent, quod sine Te vix audebant velle, testaríque naturam non in vnius Archimedis ingenio effœtam esse. Quibus sub prima auspicia Academiæ tuæ, hoc mathematico conatu præire volui, non exemplum daturus reliquis, sed id festinando assecuturus, vt nondum melioribus præuentus, ante æstimari mea possint, quàm doctiorum superuentu obscurari.

LECTORI S.

E Centro grauitatis quadratam ab Archimede parabolen nosti Amice Lector, eamq; ad propria deinde Geometrarum principia reuocatam. Hæc mihi occasio fuit cogitandi de centro grauitatis partium circuli, & an non aliqua ad quadraturam eius hinc pateret via, primitus inquirendi; quæ quàm firmo cum hoc centro sociata sit nexu, hoc opusculum percurrenti tibi palam fiet. Præsertim quòd reciproca quædam sit sequela, & problematicè inuento grauitatis centro quadretur circuli Sector, adeoque totus; ac viciſsim quadrato circulo, partium eius grauitatis centrum reperiatur. Nimium quantum cum figuræ huius in quadratum metamorphosi doctorum virorum ingenia vano conatu luctata sint, dum alij per ignoratam hactenus dimetientis cum perimetro proportionem, alij per curuas quasdam lineas, cuiusmodi sunt helices & quadratrices, alij denique per lunulas id sunt aggreſsi; nemo tamen, quod sciam, hanc instititviam, vt à circuli grauitate ad explicandam eius aream proficisceretur. Annis abhinc vndecim cùm primum in Dolana sequanorum Academia Mathematicas disciplinas professus sum, hæc à me Theoremata fuêre excogitata, eaque tetigi verbo vno, sed demonstratione prætermissa, in iis quæ obiter de centro grauitatis auditores mei scripto exceperunt; Triennio post in Mechanicis Thesibus, quas typis vulgaui, eorum mentionem feci, nec ad id tempus apud scriptorem aliquem vestigium huius speculationis deprehendi; ab Archimede sanè nihil tactum, nec ab iis qui commentaria in ipsum edidere. Fridericus Commandinus & Lucas Valerius in circulo & ellipsi centra grauitatis & figuræ in idem

conue-

conuenire punctum ostenderunt, nempe quid sine vllo demonstrationis adminiculo facile quilibet admisisset, hac tamen in parte non sine laude scrupulosæ Mathematicarum disciplinarum integritati obsecuti. Maioris tamen moliminis fuit centra portionum vtriusque figuræ inuestigare; quod inuentum vt à nouitate ac speculationis subtilitate commendari possit, ego tamen inuentionis modum impensius sum admiratus, qui longè alius est ab eo, quem primâ fronte demonstrationes ostendunt. Decreueram aliquando discursus huius velut itinerarium scribere, vti pateret quâ viâ in hanc determinationem venissem, & opinione mea infinitis speculationibus aditum aperuisset, sed in iustum volumen excreuisset opus, multarum figurarum descriptione impeditum, quod quàm difficulter committi prælo potuisset, scio. Quî enim fieri aliter posset, vt (repudiatis tot futilibus libris qui magnitudinum dumtaxat dimensiones & instrumentorum vsus iam toties ad nauseam repetitos, obtrudunt) non fuisset inuentus aliquis, qui Apollonij Pergæi & Pappi Alexandrini opera, in doctorum virorum commodum iterato prælo subiecisset? Mathematica multi sciunt, Mathesim pauci. Aliud enim est nosse propositiones aliquot, & nonnullas ex iis obuias elicere, casu potius quàm certa aliqua discurrendi normâ, aliud scientiæ ipsius naturam ac indolem perspectam habere, in eius se adyta penetrare, & ab vniuersalibus instructum esse præceptis, quibus Theoremata ac Problemata innumera excogitandi, eademque demonstrandi facilitas comparetur. Vt enim Pictorum vulgus prototypon sæpè sæpius exprimendo, quemdam pingendi vsum, nullam verò pictoriæ artis, quam optica suggerit scientiam adquirit, ita multi lectis Euclidis & aliorum Geometrarum

rum libris, eorum imitatione fingere propoſitiones aliquas ac demonſtrare ſolent, ipſam tamen ſecretiſſimam difficiliorum Theorematum ac problematum ſoluendi methodum prorſus ignorant. Antiqui ſanè Analyticen ſubtiliter inuenerunt, de qua libro ſeptimo diſertiſſimè Pappus, cuius beneficio nonnulla illius artis, ad eamque ſpectantium librorum rudera ad nos peruenêre, quæ iam viri doctiſſimi inſtauratum eunt; ſed quæ in hanc rem à nobis ſunt excogitata additaque ſuo tempore dabimus, pleraque tamen in ſubiecta materia, velut apertiſſima exercitationis arena expreſſa fuerant. Plurium adhuc magnitudinum de quibus nemo hactenus, centra grauitatis determinaui ſenſim edenda, quæ ſimul dare viſum non fuit, tum vt explorarem, quis de his ſpeculationibus doctorum virorum futurus ſit ſenſus, tum quod antiquorum more librum vno ſubiecto conſtare debere exiſtimem (quale ſunt circulus & ellipſis eiuſdem omnino eſſentiæ figuræ) nec quidquam adſtruendum putem, quod velut adſcititium ad fucum vel molem faciendam referri poſſit. Idcirco quantum nonnulli operæ ponunt vt ſcriptiones diducant, tantum mihi laborandum fuit, vt ampliſſimum argumentum in has anguſtias cogerem. Quod ſi viris ſcripſiſſem doctis, arctius contraxiſſem, ſed vel à leuiter geometriâ tinctis volui hæc percipi poſſe. Ideo ſicut pleraque accuratè ſunt demonſtrata, ita nimios ſcrupulos, ne elementa viderer ſcribere negligendos duxi.

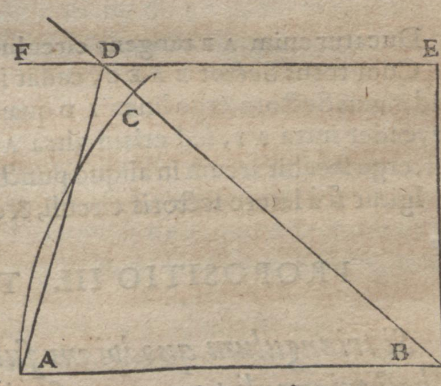
IOAN-

IOANNIS
DELLA FAILLE
ANTVERPIENSIS
E SOCIETATE IESV
In Academia Matritensi Collegij Imperialis Regij Matheseos Professoris

THEOREMATA
DE CENTRO GRAVITATIS
PARTIVM CIRCVLI ET ELLIPSIS.

PROPOSITIO I. THEOREMA I.

Dato quolibet Sectore circuli, vnoq; eius latere producto, poßibile est à termino alterius lateris, lineam ducere ad productum latus, vt illud, quod fiet triangulum rectilineum, Sectori sit æquale.



SIT datus circuli Sector A B C.

Dico posse duci A D, concurrentem cum latere B C in D, vt triangulum A B D æquale sit Sectori A B C.

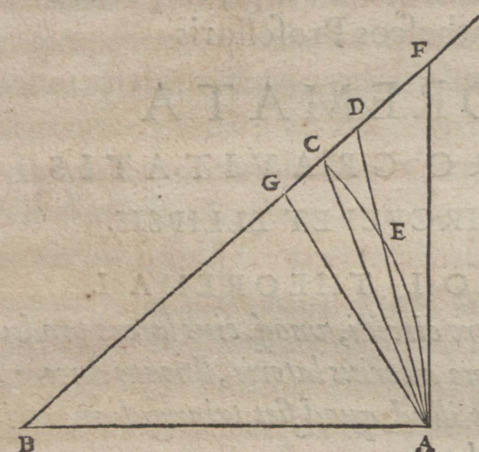
Nam per ea quæ ab Archimede demonstrata sunt, in libro de lineis spiralibus, possibile est arcui A C dare lineam rectam æqualem; sit illa B E, ducta perpendiculariter ad A B, ducatur E F parallela B A, secans B C in D, ducaturque A D.

Cum trianguli A B D altitudo sit æqualis arcui Sectoris, & basis A B æqualis semidiametro, erit triangulum æquale Sectori.

Igitur dato quolibet Sectore, &c. quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO II. THEOREMA II.

Si à latere Sectoris circuli, triangulum Sectori æquale descriptum fuerit vt prius, alterum trianguli latus circa communem cum Sectore angulum, Sectoris latere maius erit; & tertium latus eius arcum secabit.



SIt triangulum A D B Sectori B A E C æquale.

Dico latus B D maius esse latere B A.

Si enim latus B D non sit maius, cadet punctum D vel in punctum C, vel infra C in G; & vtroque casu debebit triangulum A D B, quod est pars Sectoris, toti Sectori esse æquale, quod fieri nequit, cadet ergo D vltra C.

Dico præterea lineam A D, secare arcum Sectoris in aliquo puncto E.

Ducatur enim A F tangens circulum in A.

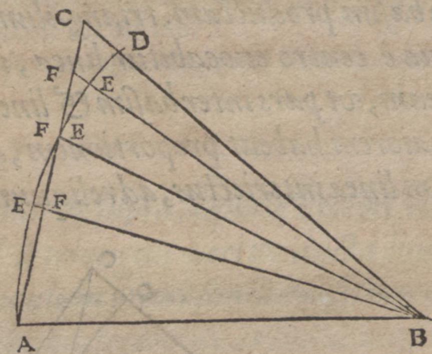
Cum totus Sector B A E C, cadat intra triangulum A F B, erit illud maius Sectore, ergo linea A D quæ aufert triangulũ Sectori æquale, cadet intra A F, sed etiam vltra A C subtensam, vt iam ostensum est, ergo secabit arcum in aliquo puncto E.

Igitur si à latere sectoris circuli, &c. quod demonstrare oportuit.

PROPOSITIO III. THEOREMA III.

Si triangulum quodpiam fuerit æquale Sectori circuli, à basi trianguli tamquam semidiametro, descripto vt supra; linea è centro Sectoris educta, arcum & oppositum trianguli latus ita secabit, vt minor proportio sit partis lateris

teris basi vicinioris ad reliquam, quam partis arcus basi vicinioris, ad reliquam.



SIt triangulum A C B æquale Sectori B A D, & ex centro B quæcumque linea secet arcum A D in E, & latus oppositum in F.

Dico minorem esse proportionem lineæ A F ad F C, quam arcus A E ad E D.

[a] Cum linea A C secet arcum A D in aliquo puncto, potest linea B F cadere in illud punctum, vel supra vel infra; quomodocumque vero cadat triangulum A F B, inter lineam B F & basim positum, semper minus erit Sectore B A E, itidem inter basim & lineam B E constituto, quod primùm demonstro.

a 2. huius.

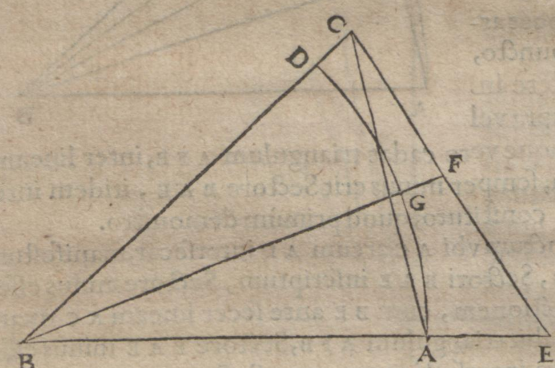
Cadat linea in punctum vbi A C arcum A D intersecat, manifestum est triangulum A F B, Sectori B A E inscriptum, Sectore minus esse; si cadat infra intersectionem, cum B E ante secet lineam A C quam arcum, iterum constabit triangulum A F B, Sectore B A E minus esse. Si denique cadat supra intersectionem, cum Sector B E D iam cadat intra triangulum B F C, erit minor triangulo B F C, sed totum triangulum A C B est æquale toti Sectori B A D, pars trianguli scilicet B F C est maior Sectore B E D, ergo reliqua pars trianguli, scilicet A F B, minor erit reliquâ parte Sectoris B A E, atque ita semper triangulum A F B, minus est Sectore B A E.

Hoc posito minor erit proportio trianguli A F B ad Sectorem A E B, quam trianguli B F C ad Sectorem B E D; & permutando minor quoque proportio trianguli A F B ad triangulũ B F C, quam Sectoris B A E ad Sectorem B E D; sed vt sunt triangula, ita sunt lineæ A F, F C, & vt se habent Sectores, ita se habent arcus A E, E D, ergo etiam minor erit proportio lineæ A F ad F C, quam arcus A E ad arcum A D.

Ergo si triangulum quodpiam fuerit, &c. quod propositum fuit demonstrare.

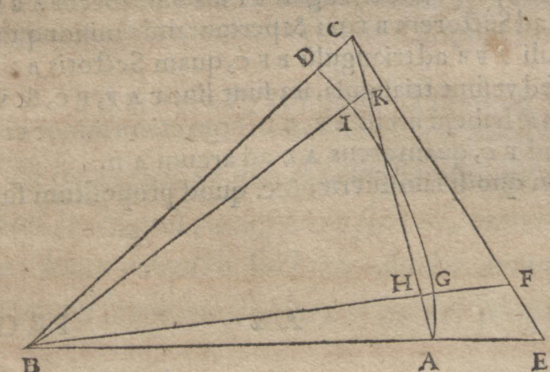
PROPOSITIO IV. THEOREMA IV.

Si triangulum quodpiam vt supra, Sectori circuli æquale descriptum fuerit, & à trianguli vertice ducatur linea in basim productam, triangulum priori simile constituens; quæ è centro euocabitur linea, ita secabit iam ductam lineam, vt pars inter basim & lineam ductam, ad reliquam maiorem habeat proportionem, quam arcus basi & ductæ iam lineæ interiectus, ad reliquum.



Sit triangulũ A B C æquale Sectori A B D, ducaturq; C E, vt triangulum A C B simile sit triangulo E C B, item aliqua ex centro linea B F, secans vtcumq; E C in F, & arcũ A D in G. Dico maiorem esse proportionem E F ad F C, quam sit arcus A G ad G D.

Diuidat primò B F arcum A D bifariam in G, erit sicut B E ad B C, ita E F ad F C; sed E B maior est B C, cum B C maior sit B A, & B A, B C, B E sint tres continuæ proportionales, ob similitudinem triangulorum, ergo E F maior est F C; sed arcus A G æqualis est arcui G D, ergo maior proportio E F ad F C, quam arcus A G ad G D.



Secundò non diuidat B F bifariam arcum A D, sed sit verbi gratia A G arcus, minor arcu G D, & in G D sumatur arcus D I, æqualis arcui A G, ducaturque B I, quæ producta si opus fuerit secet A C in K; secet quoque linea B F lineam C A in H.

Cum

Cum triangula B C A, B C E sint similia, & in iis similiter ductæ sint lineæ B F, B K; erit sicut C K ad K A, ita E F ad F C,[a] sed minor est proportio A K ad K C, quam arcus A I ad I D, ergo conuertendo maior erit proportio C K ad K A, quam arcus D I ad arcum I A. Sed vt C K ad K A, ita E F ad F C vt iam ostendimus, ergo maior proportio E F ad F C, quam arcus D I ad I A, id est A G ad G D.

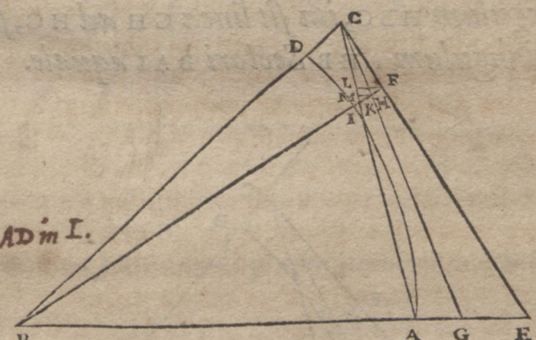
a 3. huius.

Idcirco si triangulum quodpiam vt supra, &c. quod fuit ostendendum.

PROPOSITIO V. THEOREMA V.

Si triangulum quodpiam vt supra, æquale Sectori circuli descriptum fuerit, & à trianguli vertice ducta linea in productam basim, triangulum priori simile constituens; si è centro euocetur linea aliqua, secans duas lineas angulo Sectoris oppositas, possibile est à vertice ducere lineam cadentem inter vtramque, quæ ab illa quæ è centro educta est linea, secetur in eandem rationem, in quam Sectoris arcus diuiditur.

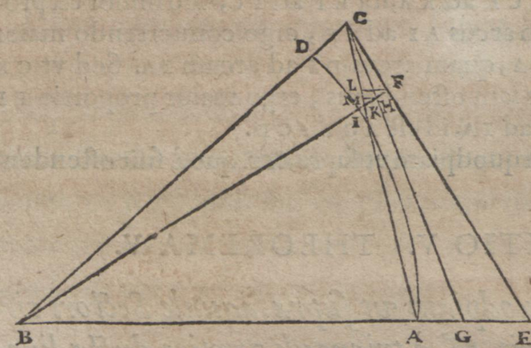
Sectori B A D æquale sit triangulum A C B, ductaque C E, vt triangula A C B, E C B inter se sint similia, è centro vtcumque ducatur B F, secans vtramque C A, C E in F & K. et arcū AD in I. Dico posse duci C G, inter C E & C A, secantem B F in H, vt sit sicut G H ad H C, ita arcus A I ad I D.



Sit enim C A secta in M, vt sicut arcus A I ad arcum I D, ita sit A M ad M C;[a] cum sit maior proportio arcus A I ad arcum I D, quam A K, ad K C, cadet punctum M supra punctum K; ducatur deinde F L parallela E B, erit A L ad L C, vt E F ad F C;[b] ergo cum maior sit proportio E F ad F C, quam arcus A I ad arcum I D, erit quoque maior pro-

a 3. huius.

b 4. huius.

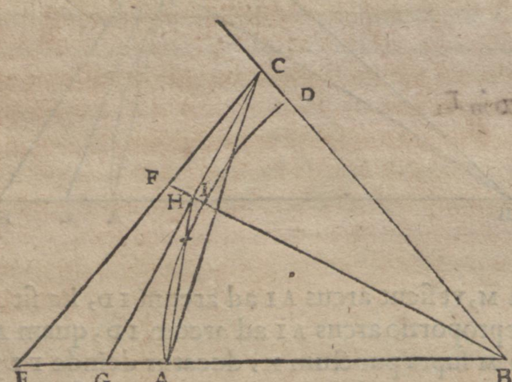


portio AL ad LC, quam arcus AI ad arcum ID, & conse- quenter quam lineæ AM ad MC, cadetq; punctũ L supra punctum M. Ducatur MH parallela EB, secabit FK in aliquo puncto H, per quod si ex C ducatur CH G, erit GH ad HC, vt AM ad MC, id est vt arcus AI ad arcum ID.

Igitur si triangulum quodpiam, &c. quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO VI. THEOREMA VI.

Sectori BAD *vt supra æquale sit triangulum* ACB, *&* *triangulum* ECB *simile triangulo* ACB, *ducta item vtcum- que* BF, *&* CG *secans* BF *in* H, *ita vt sicut angulus* GBH *ad* *angulum* HBC, *ita sit linea* GH *ad* HC, *si ducatur* AH, *erit* *triangulum* AHB *Sectori* BAI *æquale.*



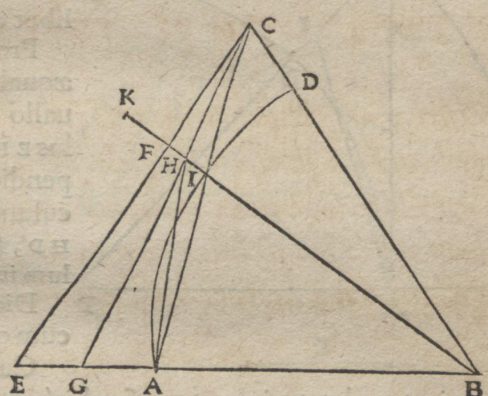
EST enim vt linea GH ad HC, ita triangulum GHB ad triangulum HCB; & componendo vt GC ad GH, ita triangu- lum GCB ad GHB; sed ita etiam se ha- bet triangulũ GCA ablatum à maiori GCB, ad triangulum GHA ablatum à mi- nori GHB, ergo reli- quum ACB ad AIB, vt totum ad totum, id est vt CG ad HG; & vt ar- cus

cus A I ad arcum I D, ita G H ad H C, ergo componendo vt arcus A D ad arcum A I, ita G C ad G H, ergo Sector A D B ad Sectorem A I B, (qui ſe habent vt arcus) vt G C ad G H, ergo & Sector B A D ad Sectorem B A I, vt triangulum A C B ad triangulum A I B; ergo permutando vt Sector B A D ad triangulum A C B, ita Sector B A I ad triangulum A H B, ſed Sector A D B eſt æqualis triangulo A C B, ergo Sector B A I æqualis eſt triangulo A H B.

Igitur Sectori B A D vt ſupra æquale ſit, &c. quod oſtendere propoſitum fuit.

PROPOSITIO VII. THEOREMA VII.

Iiſdem poſitis quæ in præcedenti propoſitione; ſi fiat vt H B *ad* B C, *ita* B C *ad* B K, *Dico* B K *minorem fore* B E.



CVm enim ob ſimilitudinem triangulorum E C B, A C B, ſit vt A B ad B C, ita B C ad B E, rectãgulum ſub B A, B E, æquale erit quadrato B C; ſimiliter rectangulum ſub B H, B K, æquale erit quadrato B C, ergo rectangulum ſub B H, B K, rectangulo ſub B A, B E æquale erit; ergo vt B A ad B H, ita erit B K ad B E,[a] ſed A B eſt minor B H, ergo B K minor erit B E.

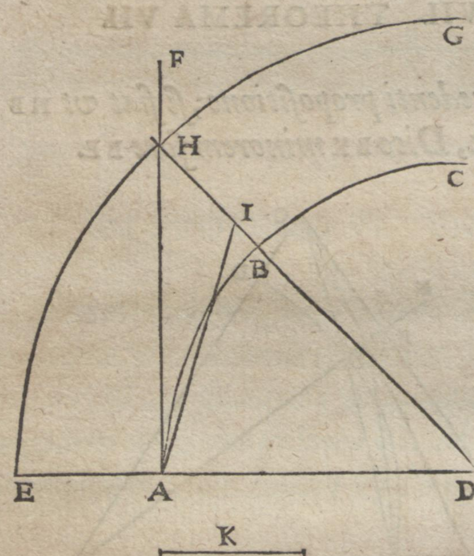
[a] 2. huius.

Ergo iiſdem poſitis quæ in præcedenti propoſitione, &c. quod oportuit demonſtrare.

PRO-

PROPOSITIO VIII. PROBLEMA I.

Dato quolibet circulo, Sectorem aſsignare, cui ſi deſcriptum fuerit æquale triangulum vt ſupra, alterum trianguli latus circa communem angulum, ſuperet latus Sectoris, interuallo quod minus ſit quolibet dato.



DAtus ſit circulus A B C, in eoq́; deſignandus ſit Sector, cui ſi æquale ſit triangulum A I D, linea D I quę maior erit quam A D, ſuperet A D interuallo, quod ſit minus quolibet dato K.

Producatur D A, vt A E ſit æqualis K, centroq́ue D interuallo D E, deſcribatur circulus E H G, & ex A erigatur perpendicularis A F, ſecans circulum E H G in H, ducaturq́; H D, ſecans priorem circulum in B.

Dico Sectorem D A B, eſſe eum qui poſtulatur.

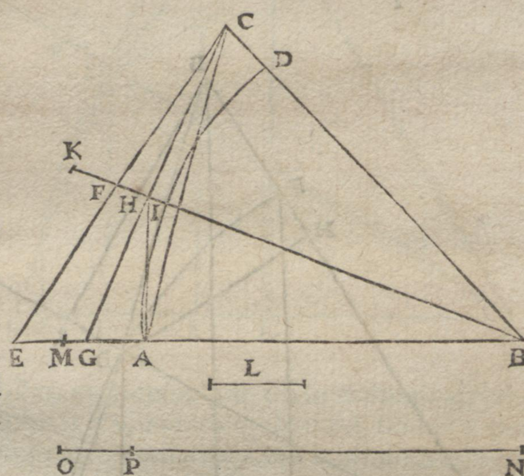
Cum enim A H tangat Sectorem in A, cadet A I intra A H, [a] ſecabitq́ue D H, vltra B quidem ſed intra H, igitur B I qui eſt exceſſus D I ſupra D B, minor erit B H, cum autem D E, D H ſint æquales, item & ablatæ D A, D B, erunt reliquæ A E, B H æquales; ſed E A ex conſtructione eſt æqualis K, ergo & B H erit æqualis K, ergo & B I minor K.

[a] 2. *huius.*

Itaque dato quolibet circulo, &c. quod fuit faciendum.

PROPOSITIO IX. THEOREMA VIII.

Triangulum ABC *vt supra, æquale sit Sectori* ADB, *&* *triangula* ABC EBC *inter se similia, Dico ita duci posse* BF, *vt ductâ* CG, *quæ ita diuidatur in* H, *vt arcus* AD *in* I, *& sumptâ duabus* BH, BC, *tertia proportionali* BK, *superetur* BK *à linea* BE, *interuallo quod sit minus quolibet dato* L.



AVferatur enim EM ab EA, quæ sit minor dato interuallo L, & duabus lineis BM, BC, fiat tertia proportionalis NO, erit NO maior BA.

Cum enim BC sit media inter EB, AB, item inter MB, NO, erunt rectangula EB, AB, & MB, MO, quadrato BC æqualia; & consequenter inter se, eritque vt EB ad MB, ita NO ad AB, sed EB maior est MB, ergo & NO maior AB.

Auferatur deinde ex NO linea NP æqualis AB,[a] sitque inuentus Sector AIB, vt posito triangulo AHB, æquali Sectori AIB, linea HB superet AB, minori interuallo quam NO superat NP, id est AB; ductaque sit CHG, & fiat vt BH ad BC, ita BC ad BK, superabit BE lineam BK minori interuallo, quam sit datum interuallum L.

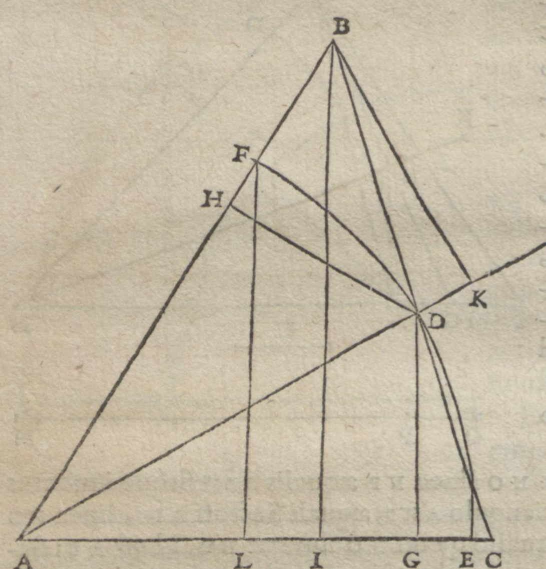
[a] 8. *huius.*

Cum enim BC sit media inter BH BK, erit rectangulum sub BH, BK, rectangulo sub NO, BM æquale; ergo vt BH ad NO, ita BM ad BK; sed BH minor est quam NO (cum ex constructione BH minori interuallo superet NP, quam NO superet eandem NP) ergo etiam BM minor est BK; sed BK minor est BE, cum ergo BK ostensa sit minor BE, & maior BM, superabit BE lineam BK minori interuallo, quam sit EM quo BE superat BM, sed EM minor est dato interuallo L, ergo BE superat BK interuallo minori, quam sit datum L.

Quapropter si triangulum ABC, &c. quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO X. THEOREMA IX.

Si tres lineas ab vno puncto egredientes, & duos inæquales angulos comprehendentes, secuerit quarta quædam linea hoc pacto, vt partes quæ subtendunt angulos, eandem inter se proportionem habeant, quam anguli, media abscissarum erit minima, illa maior quæ minorem angulum claudit, maxima denique quæ cum media maiorem angulum comprehendit.



Ex puncto A tres lineæ egrediantur, duos inæquales angulos comprehẽdentes, D A B maiorem, D A C minorem; illasq́; secet linea C B hoc pacto, vt B D ad D C eandem habeat proportionem, quam angulus D A B, ad angulum D A C.

Dico primo D A mediam abscissarum, esse minorẽ C A, quæ cum illa angulum claudit.

Si enim D A non sit minor C A, erit æqualis vel maior; & primùm ponatur esse æqualis.

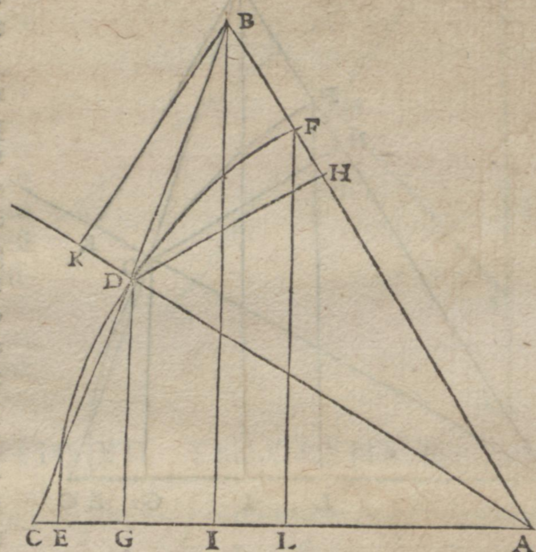
Centro A interuallo A D, describatur arcus E D F, ducanturque D H, D G, perpendiculares ad A B, A C; item B I, F L perpendiculares ad A C; & cùm angulus C D A sit acutus, vtpote angulus ad basim trianguli isoscelis, non erit B D perpendicularis lineæ A D, ideoq̃ue dimittatur B K perpendicularis in A D productam, cadet enim extra B D, cùm angulus B D K sit acutus, & ad verticem vni illorum, qui sunt ad basim isoscelis.

Cùm ex hypothesi A C, A D sint æquales, sintq́ue bases triangulorum C B A, D B A, erunt illa triangula vt altitudines B I, B K; sed triangula sunt etiam vt B C ad B D, ergo erit etiam B I ad B K, vt B C ad B D,

sed

ſed cùm ſit vt B D ad D C, ita angulus B A D ad angulum D A C, ſeu quod idem eſt arcus F D ad arcum D E, erit etiam componendo vt B C ad D B, ita arcus F D E ad arcum D F, & conſequenter B I ad B K, vt arcus F D E ad arcum D F.

Iterum vt A B ad A F, ita B I ad F L, & vt B A ad A D, id eſt A F ita B K ad D H (ſunt enim triangula A B K A D H ſimilia) ergo vt B I ad F L, ita B K ad D H, ergo permutando vt B I ad B K, ita F L ad D H. ſed B I eſt ad B K, vt arcus F D E ad arcum D F, ergo etiam F L ad D H, vt arcus F D E ad D F, [a] quod eſt abſurdum; non igitur ſunt æquales A D, A C, ex quo hoc abſurdum conſequebatur.



[a] *Clauius de ſinibus Propoſ. 10. demonſtrat de arcubus & eorum chordis quod hic in dimidiis arcubus & eorum chordis ſumitur.*

Sit ſecundò C A minor quàm A D, non poterit angulus C D A eſſe rectus, cùm enim latus D A ſit maius ex ſuppoſitione quàm C A, erit angulus D C A, maior angulo C D A, non erit igitur rectus C D A; demiſſa ſit perpendiculans B K in A D, quomodocumque cadat; cùm triangulum C B A, habeat baſim A C minorem A D baſi trianguli D B A, minor erit proportio trianguli C B A ad triangulum D B A, quàm altitudinis B I ad B K, (ſi enim trianguli C B A baſis eſſet æqualis, triangulum eſſet maius, haberetque eamdem proportionem ad triangulum D B A, quam altitudo ad altitudinem) ergo minor proportio B C ad B D, quàm B I ad B K, cùm B C ſit ad B D, vt triangulum ad triangulum, & conſequenter vt arcus F D E ad D F, qui ſunt vt B C ad B D; ſed F L eſt ad D H, vt B I ad B K, vt oſtendimus, ergo minor proportio arcus F D E, ad arcum F D, quàm linea F L ad D H, quod eſt abſurdum; non igitur minor eſt C A quàm A D, ex quo id conſequebatur.

Dico ſecundò A C eſſe minorem A B.

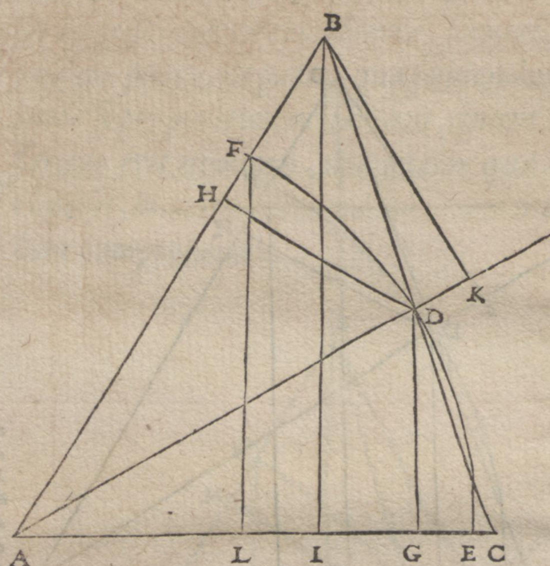
Si hoc negetur erit vel æqualis vel maior.

Ponatur primò A C æqualis eſſe A B. Cùm in triangulis C D A, B D A, baſes A C, A B ſint æquales, erunt altitudines D G, D H, vt triangula; ſed etiam D C, D B ſunt vt triangula, & arcus D E, D F in eadem quoque

 propor-

proportione; erit igitur vt D G ad D H, ita arcus D E ad arcum D F; & permutando vt D G ad arcum D E, ita D H ad arcum D F,[b] quod est absurdum; non igitur æquales erunt A B A C. è quo hoc inferebatur.

b Clauius ibid.



Ponatur secundò A B minor A C, erit minor proportio trianguli A B D ad triangulũ A D C, quàm altitudinis D H ad altitudinem D G, ergo & minor proportio B D ad D C, & consequenter arcus F D ad arcum D E, quàm lineæ D H ad D G, & permutando minor proportio D F arcus ad lineam D H, quàm arcus D E ad lineam D G, quod est absurdum; non igitur maior est A B quàm A C. ex quo id sequebatur.

Ergo si tres lineas ab vno puncto, &c. quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO XI. PROBLEMA II.

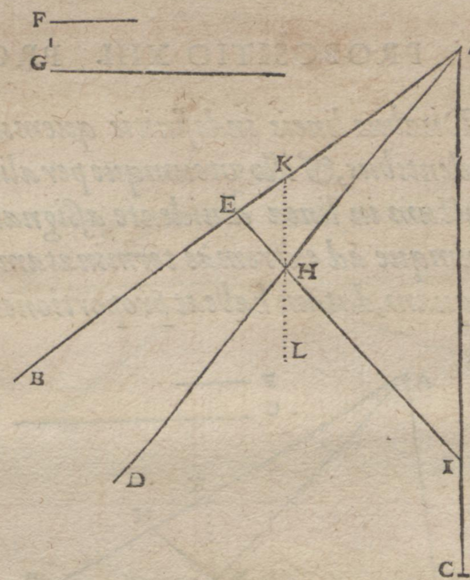
Duabus lineis indefinitis angulum quemuis comprehendentibus, eoq; per alteram indefinitam vtcumque diuiso, ab aßignato puncto in alterutra extremarum lineam ducere, terminatam ad alteram extremarum, quæ à media ita diuidatur, vt pars inter punctum datum & mediam intercepta, ad reliquam, datam habeat proportionem.

Dvæ lineæ A B, A C, quemuis angulum comprehendant, eumque diuidat vtcumque A D. & sit in alterutra extremarum puta A B, datum punctum E, dataque proportio F ad G.

Propositum est ducere E I, vt E H ad H I, datam habeat proportionem F ad G.

Diui-

Diuidatur E A in K, vt E K ad K A ſit vt F ad G, ducaturque K L parallela A C, quæ ſecet A D in aliquo puncto H, & per E & H ducatur linea E H I.



Dico E H ad H I eſſe, vt F ad G.

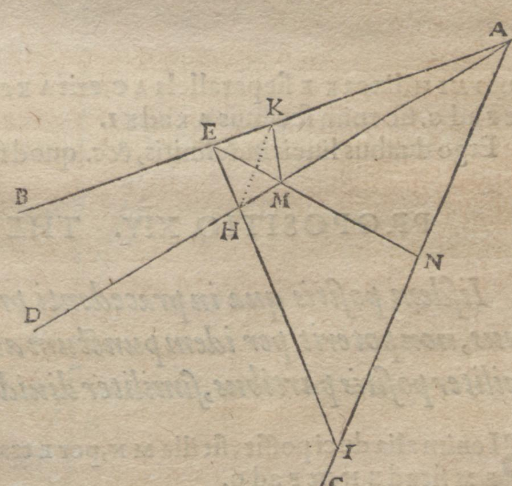
Cùm enim in triangulo A E I, linea K H ſit parallela A I, erit E H ad H I, vt E K ad K A, id eſt vt F ad G, ſic enim diuiſimus E A in K.

Igitur duabus lineis indefinitis, &c. quod fuit faciendum.

PROPOSITIO XII. THEOREMA X.

Iiſdem poſitis quæ ſuperiori problemate conſtruximus, non poterit ab eodem puncto alia duci linea, quæ ſimiliter diuidatur.

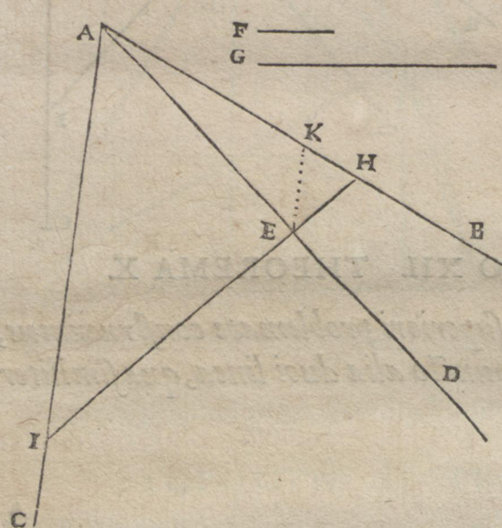
SI enim alia duci poſſit ſit illa E N, diuiſa in M, vt F ad G, erit etiam E M ad M N, vt E K ad K A, ergo K M erit parallela A C, ſed & K H eſt parallela A C, ergo K H, K M, ſunt inter ſe parallelæ, quod eſt abſurdum cùm conueniant in K; ergo non erit diuiſa E N ſimiliter vt E I, vnde id ſequebatur.



Igitur iiſdem poſitis quæ ſuperiori problemate, &c. quod oportuit demonſtrare.

PROPOSITIO XIII. PROBLEMA III.

Duabus lineis indefinitis quemuis angulum comprehendentibus, & illo vtcumque per aliam rectam diuiso, per punctum in linea diuidente aßignatum, lineam ducere, vtrimque ad extremas terminatam, vt pars definita ad reliquam, datam habeat proportionem.



Lineæ A B, A C, quemuis angulum comprehendant, quem diuidat vtcumque A D, in qua assignatum sit punctum E.

Propositum est per E ducere lineam H I, ita vt E H ad H I datam habeat proportionem F ad G.

Ab E versus A B ducatur linea E K, parallela A C, & fiat vt G ad F ita A K ad K H, & ducatur per H & E linea I E H;

Dico E H esse ad E I, vt F ad G.

Cùm enim in triangulo A I H, linea K E sit parallela A C, erit A K ad K I, vt E H ad E I, id est vt F ad G. sic enim fecimus A K ad K I.

Ergo duabus lineis indefinitis, &c. quod facere oportuit.

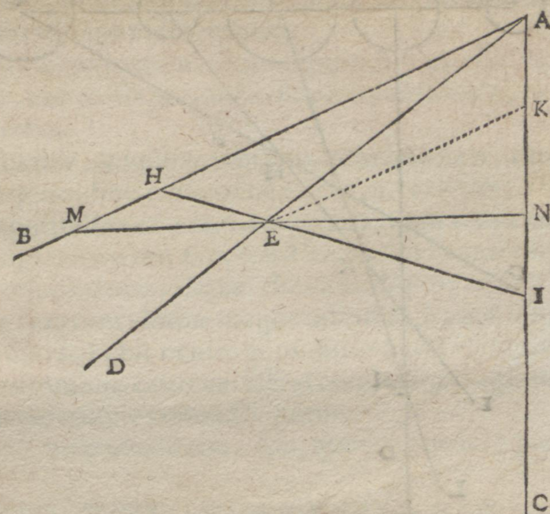
PROPOSITIO XIV. THEOREMA XI.

Iisdem positis quæ in præcedenti problemate construximus, non poterit per idem punctum alia duci linea, quæ similiter positis partibus, similiter diuidatur.

SI enim alia duci possit, sit illa M N, per E transiens, & in E diuisa, vt E M sit ad E N, vt F ad G.

Cùm

Cùm in triangulo A N M, linea K E sit parallela A M, erit vt M E ad E N, ita A K ad K N; sed etiam ita est A K ad K I, quod fieri nequit, cùm maior sit proportio A K ad K N, quàm ad K I.

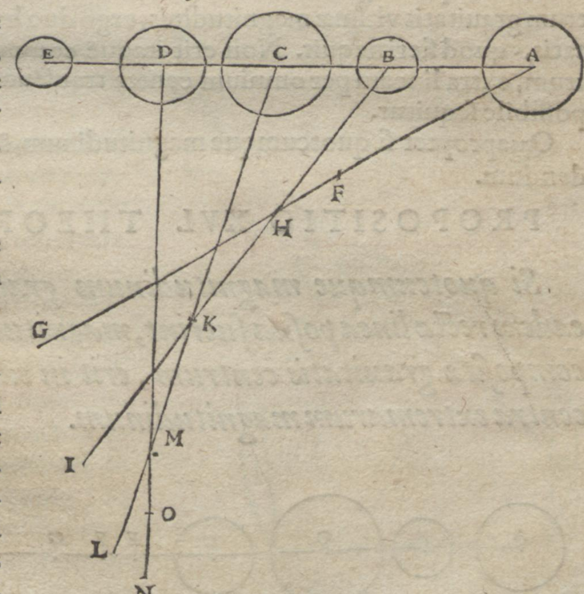


Ergo iisdem positis quæ in præcedenti, &c. quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO XV. THEOREMA XII.

Si quotcumque magnitudinum grauitatis centra in eadem recta linea posita fuerint, magnitudinis ex omnibus composita grauitatis centrum, erit in eadem linea recta.

Sint quotcumque magnitudines A, B, C, D, E, earumque cẽtra grauitatis per easdem litteras signata, in eadem linea rectè posita.

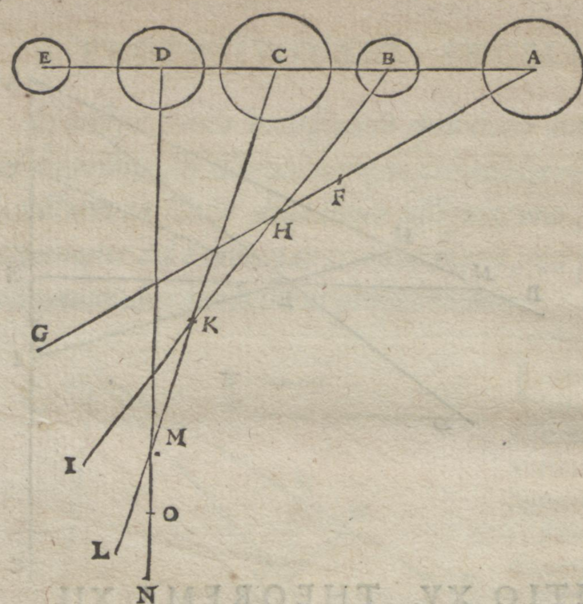


Dico commune grauitatis centrum in eadem recta reperiri.

Si enim fieri possit, sit extra lineam in F, & per primæ magnitudinis centrum A, & F ducatur A F G,[a] erit in illa centrum grauitatis reliquarum magnitudi-

[a] 8. *primi Archimedis de æquiponderantibus.*

tudi-



tudinum demptâ A, tamquam vnius, & reliquę partis, vltra punctum F in H. quod etiam erit extra lineam singularum centra continentem. Ducatur iterum per secundę magnitudinis centrum B, & punctum H, linea B H I; cùm H sit centrum totius reliquæ compositæ ex B, C, D, E, & B centrum partis, [b] erit in B I centrum reliquæ compositæ ex C D E, vltra punctum H in K. atque ita semper progrediendo, donec ad vltimam peruentum fuerit, reperietur centrum vltimæ magnitudinis E, in puncto aliquo O, extra lineam per singularum centra transeuntem, sed etiam E est centrum grauitatis vltimæ magnitudinis, ergo duo habebit centra grauitatis, [c] quod fieri nequit. Non erit itaque commune grauitatis centrum, extra lineam per omnium centra transeuntem, ex quo id impossibile sequitur.

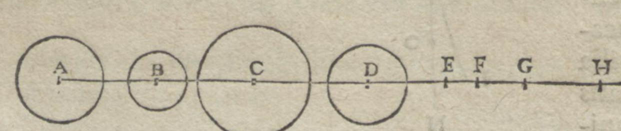
b 8. primi Archim. de æquip.

c 1. postulatum Lucæ Valerij de centro grauit.

Quapropter si quotcumque magnitudinum, &c. quod fuit ostendendum.

PROPOSITIO XVI. THEOREMA XIII.

Si quotcumque magnitudinum grauitatis centra in eadem recta linea posita fuerint, magnitudinis ex omnibus compositæ grauitatis centrum, erit in eadem linea, intra centra extremarum magnitudinum.



Sint quotcumque magnitudines A, B, C, D, earumq́; grauita-

uitatis centra, per easdem litteras signata, sint in eadē linea recta A B.

Dico centrum grauitatis commune, intra centra A D extremarum magnitudinum, in eadem linea recta reperiri.

Si enim non sit intra centra extremarum magnitudinum, cùm necessariò sit in linea A B, erit in illa producta; sit verò punctum E, nec refert versus quam partem.

Cùm centrum totius sit E, & vnius partis puta proximæ sit D, centrum reliquæ, id est magnitudinis compositæ ex C, B, A,[a] erit vltra E in F. Similiter sumpta magnitudine ex A, B, C, composita, cùm eius centrum sit F, extra centra extremarum A, C, constitutum, proximæ verò partis centrum sit C,[b] erit centrum reliquæ vltra F in aliquo puncto G, ac tandem reperietur centrum vltimæ magnitudinis in H, sed illius centrum erat A, ergo duo habebit centra grauitatis,[c] quod est absurdum: non erit itaque commune centrum totius compositæ magnitudinis, extra centra extremarum, ex quo id sequitur.

Ideo si quotcumque magnitudinum, &c. quod ostendere proposuimus.

a 8. primi Archim. de æquip.

b 8. primi Archim. de æquip.

c 1. postulatum Lucæ Valerij de centro grauit.

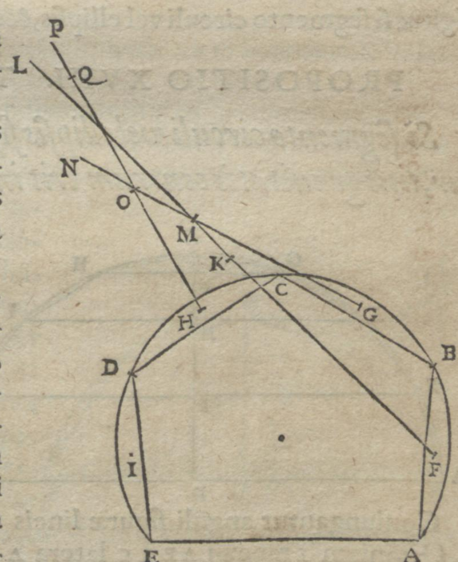
PROPOSITIO XVII. THEOREMA XIV.

Si segmento circuli vel ellipsis inscripta fuerit figura quæcumque rectilinea, reliquorum segmentorum, demptâ figura rectilinea, commune grauitatis centrum, erit intra segmentum propositum.

Segmento A C E inscripta sit quæcumque figura rectilinea A B C D E.

Dico commune grauitatis centrum, magnitudinis compositæ ex residuis segmentis A B, B C, C D, D E, esse intra segmentum A C E.

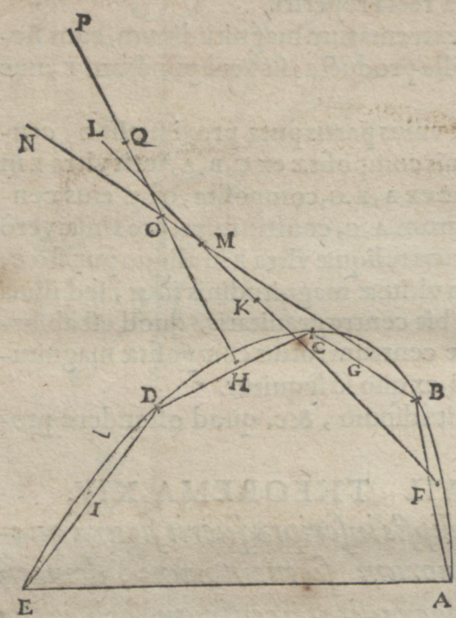
Centra grauitatis singulorum segmentorum residuorum, sint ex ordine puncta F, G, H, I, quæ singula erunt intra sua segmenta,[a] cùm sint figuræ habentes ambitum in easdem partes cauum. Si commune centrum sit extra segmentum A D E, vel in am-



a 9. petitio Archim. de æquipond.

bitu figuræ, ſit quotcumque punctum K. & à puncto F centro primi ſegmenti reſidui, ducatur F K L. cùm K ſit centrum totius, & F centrum partis, [b] centrum reliquæ erit in F L, vltra K in aliquo puncto M, & conſequenter extra ſegmentum A C E. Similiter cùm commune centrum magnitudinis compoſitæ ex reſiduis B C, C D, D E, ſit extra ſegmentum A C E in M, ducta G M N, ex G centro partis, centrum reliquæ erit in G N, vltra M; atque ita progrediendo reperiemus centrum vltimi ſegmenti reſidui D E in Q, extra ſegmentum A D E, & conſequenter extra ipſum ſegmentum D E, quod eſt abſurdum; non erit ergo centrum magnitudinis compoſitæ extra ſegmentum, vel in ambitu vnde id ſequitur.

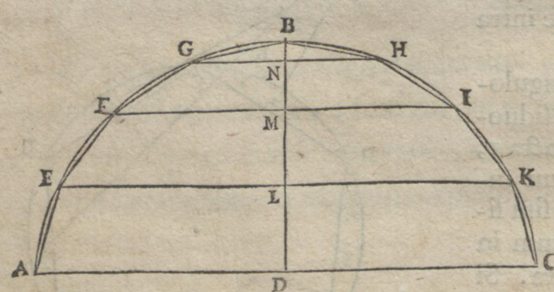
b 8. primi Archim. de æquipond.



Igitur ſi ſegmento circuli vel ellipſis, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XVIII. THEOREMA XV.

Si ſegmento circuli vel ellipſis figura euidenter inſcribatur, eius grauitatis centrum erit in diametro ſegmenti.

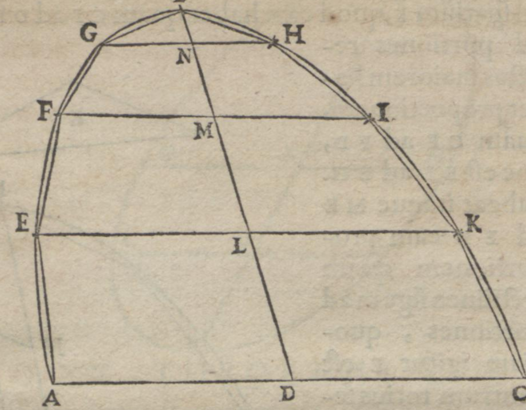


Sit ſegmentum circuli vel ellipſis A B C, diameter B D, figura euidenter inſcripta A E F G B H I K C.

Dico centrum grauitatis eius eſſe in linea B D.

Coniungantur anguli figuræ lineis E K, F I, G H. Quoniam Trapezij A E K C latera A C, E K, ſunt parallela, bifariamque

riamque secantur in D & L,[a] centrum grauitatis ipsius est in L D, quæ est pars B D; eadem ratione centrum grauitatis Trapezij E F I K est in M L, id est B D, & Trapezij F G H I in N M id est B D, ad hæc quoque trianguli G B H centrum grauitatis est in B N, [b] ergo centrum grauitatis figuræ inscriptæ, seu omnium partium simul sumptarum est in B D.



a 15. primi Archimedis de æquiponder.

b 15. huius.

Igirur si segmento circuli, &c. quod fuit probandum.

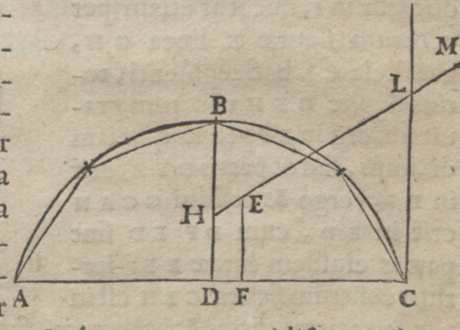
PROPOSITIO XIX. THEOREMA XVI.

Cuiuscumque segmenti circuli vel ellipsis grauitatis centrum est in diametro segmenti.

PRimò segmentum circuli vel ellipsis sit A B C, semicirculo vel semiellipsi non maius, diameter eius B D.

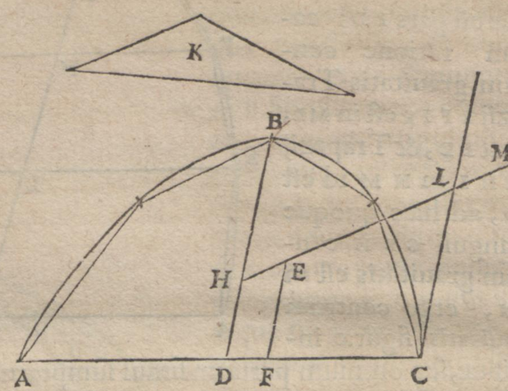
Dico centrum grauitatis ipsius esse in B D.

Si enim non sit, esto punctum E & per ipsum ducatur E F, lineæ B D parallela, & inscribatur segmento triangulum A B C, eamdem basim & altitudinem habens cum segmento, & quam proportionem habet C F ad D F, hanc habeat triangulum A B C ad spatium K; inscribatur euidenter segmento figura rectilinea, ita vt quæ residua erunt segmenta simul sumpta, minora sint spatio K; figuræ inscriptæ grauitatis centrum est in B D, sit igitur H, & iungatur H E, & producatur, & ducatur C L æquidistans ipsi B D, constat autem quod maiorem habeat proportionem figura segmen-



 to

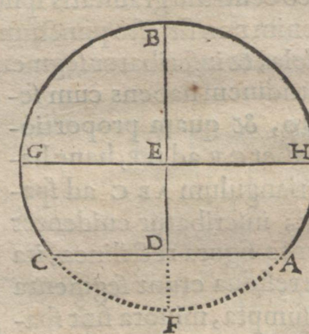
to inſcripta ad ea quæ reliqua ſunt ſegmenta, quàm A B C triangulum ad ſpatium K, quod eam habet quam C F ad D F, figura igitur inſcripta ad portiones relictas maiorem habet proportionem, quàm C F ad F D, hoc eſt E L ad E H. habeat itaque M E ad E H eam proportionem quam rectilinea figura ad portiones, quoniam igitur E eſt centrum totius ſegmenti, figuræ verò inſcriptæ centrum H, [a] conſtat quod magnitudinis compoſitæ ex reſiduis ſegmentis centrum grauitatis ſit in parte H E producta, quæ eam ad H E proportionem habeat, quam figura inſcripta ad reſidua ſegmenta, quæ ſit E M, erit igitur M centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex reſiduis ſegmentis, extra ſegmentum, [b] quod fieri nequit, non eſt igitur centrum grauitatis ſegmenti circuli aut ellipſis, ſemicirculo aut ſemiellipſi non maioris, extra lineam B D ex quo id ſequitur.



a 8. *primi Archim. de æquiponder.*

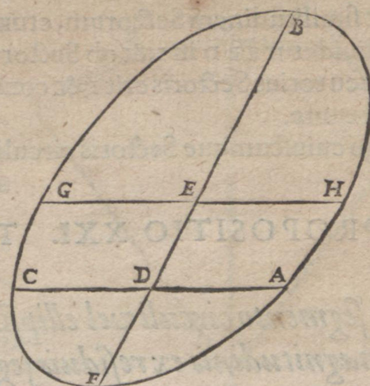
b 17. *huius.*

Sit ſecundò ſegmentum circuli vel ellipſis A B C, ſemicirculo vel ſemiellipſi maius, compleatur figura & diameter producatur in F, ducatur etiam per centrum figuræ E linea G H, parallela C A baſi ſegmenti, totius figuræ G F H centrum grauitatis erit in E F per ea quæ iam diximus, ſed & partis C F A, erit in D F, [c] ergo & reſidui G C A H erit in E D, cum D F E D ſint partes eiuſdem lineæ E F; iterum centrum figuræ G B H eſt in B E per iam dicta & centrum figuræ G C A H, eſt in E D, ſed



c 8. *primi Archim. de æquiponder.*

sed B E E D componunt eamdem rectam, [d] ergo centrum totius segmenti C B A erit in B D.



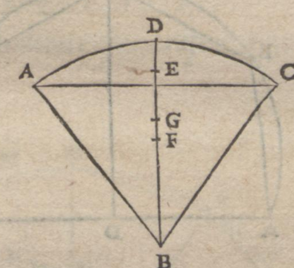
d 15. huius.

Igitur cuiuscumque segmenti circuli vel ellipsis, &c. quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO XX. THEOREMA XVII.

Cuiuscumque Sectoris circuli grauitatis centrum, est in linea quæ illum ex centro bifariam secat.

Sit primò Sector circuli A B C semicirculo minor, eumque linea B D ex centro B bifariam secet.



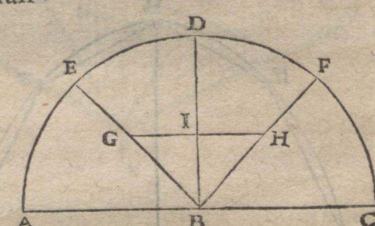
Dico centrũ grauitatis ipsius esse in B D.

Cùm enim linea B D angulum Sectoris bifariam secet, lineam quoque A C & arcum A D C bifariam secabit; itaque cùm A D bifariam secet basim trianguli B A C, [a] erit in ea centrum grauitatis trianguli, item cùm bifariam secet arcum segmenti A D C, eiusque basim A C, [b] erit in ea centrũ grauitatis segmenti, [c] ergo in B D centrum grauitatis ex vtraque magnitudine compositi id est Sectoris, quod quoque intra Sectorem cadet.

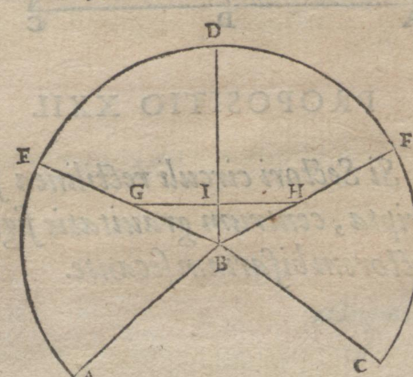
a 13. primi Archim. de æquip.

b 19. huius

c 15. huius.



Sit secundò semicirculus vel semicirculo maior ABCD, eumque linea B D ex centro bifariam secet, in duos Sectores ABDE, CBDF, erunt illi necessario semicirculo minores, diuidantur illi iterum bifariam per semidiametros BE, BF, centra grauitatis eorum erunt in illis semidiametris vt diximus, sintque G & H, propter æqualita-

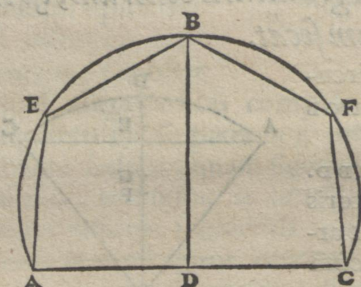


tem & similitudinem Sectorum, erunt B G, B H æquales, & G H bifariam diuidetur à B D in I, & ob Sectorum æqualitatem, centrum commune seu totius Sectoris erit I, & consequenter in B D, Sectorem bifariam secante.

Ergo cuiuscumque Sectoris circuli, &c. quod fuit ostendendum.

PROPOSITIO XXI. THEOREMA XVIII.

Si segmento circuli vel ellipsis figura euidenter inscribatur, magnitudinis ex residuis segmentis compositæ grauitatis centrum, erit in segmenti diametro.

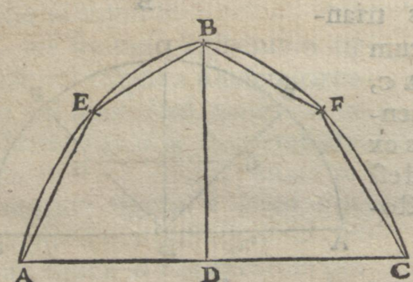


Sit segmentum circuli vel ellipsis A B C, figura euidenter inscripta A E B F C, diameter segmenti B D.

Dico centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex residuis segmentis A E, E B, B F, F C esse in linea B D.

[a] Cùm enim in B D sit centrum grauitatis totius segmenti, [b] item & figuræ euidenter inscriptæ, [c] erit in illa centrum residui, id est magnitudinis ex reliquis segmentis compositæ.

Ideo si segmento circuli vel ellipsis, &c. quod oportuit demonstrare.



a 19. *huius.*

b 18. *huius.*

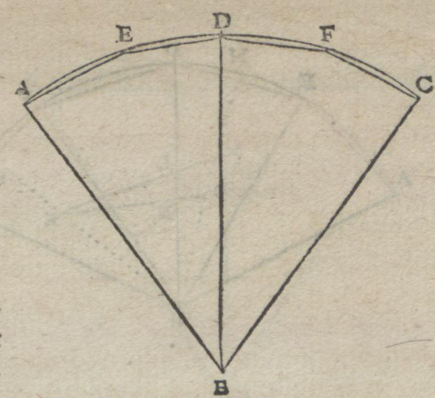
c 8. *primi Archim. de æquip.*

PROPOSITIO XXII. THEOREMA XIX.

Si Sectori circuli rectilinea figura fuerit euidenter inscripta, centrum grauitatis figuræ inscriptæ, erit in recta Sectorem bifariam secante.

Sector

SEctor circuli ſit A B C D, figura euidenter inſcripta A E D F C B, linea Sectorẽ bipartito ſecans B D.



Dico centrum grauitatis figuræ rectilineæ, quæ Sectori euidenter inſcripta eſt, eſſe in linea B D.

[a]Cùm enim totius Sectoris grauitatis centrum ſit in linea B D, [b]item & partis illius, quæ ex reſiduis ſegmentis componitur, [c]erit & reliquæ partis, id eſt figuræ rectilineæ, Sectori euidenter inſcriptæ grauitatis centrũ in linea B D.

a 20. *huius*

b 17. *huius*

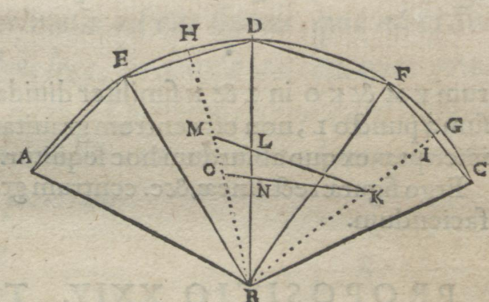
c 8. *primi Archim. de æquip.*

Quapropter ſi Sectori circuli, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XXIII. PROBLEMA IV.

Figuræ rectilineæ Sectori circuli euidenter inſcriptæ, grauitatis centrum inuenire.

SEctor circuli ſit A B C D, & figuræ rectilineæ illi euidenter inſcriptæ grauitatis centrum inueniendũ eſto.

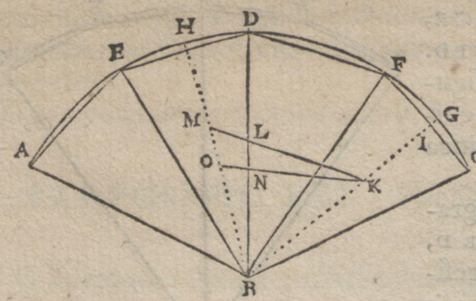


Cùm hæc figura ex triangulis iſoſcelibus componatur, ſumatur vnum extremorum triangulorum puta B F C, & Sector illi reſpondens F B G C, diuidatur bifariam à linea B G; reliquum Sectorem cum inſcripto ſibi rectilineo bifariam ſecet B H, totum verò Sectorem cum inſcripto ſibi rectilineo bifariam diuidat B D. [a]Trianguli B F C repertum ſit grauitatis cẽtrum K, [b]è puncto K ducatur K M, terminata ad B H, quæ ita diuidatur à B D in L, vt reciprocè M L ad L K ſit, vt triangulum B F C ad

a *per* 14. *primi Archim. de æquiponderant.*

b *per* 11. *huius.*

reliquam



reliquam partem figurę euidenter inſcriptæ, proportio autem facile ex numero triangulorum colligetur.

Dico punctum L eſſe centrum grauitatis figuræ rectilineæ, Sectori euidenter inſcriptæ.

Si enim non ſit, eſto quoduis aliud punctum N, in linea BD, ducaturque K N O.

Cùm K ſit centrum vnius partis, ſeu trianguli B F C, centrum verò totius ſit N, [c]centrum reliquæ partis erit O, (eſt enim in linea K N producta & in linea B H) erit igitur O N ad N K, vt triangulum B F C ad reliquam figuræ inſcriptæ partem, ſed ita quoque eſt M L ad L K, [d]quod tamen fieri nequit, vt nimirum K M & K O in L & N ſimiliter diuidantur, igitur punctum diuerſum à puncto L, non eſt centrum grauitatis figuræ Sectori euidenter inſcriptæ, ex quo abſurdum hoc ſequitur.

c 8. *primi Archim. de æquiponder.*

d 12. *huius*

Ergo figuræ rectilineæ, &c. centrum grauitatis inuenimus quod fuit faciendum.

PROPOSITIO XXIV. THEOREMA XX.

Cuiuſcumque Sectoris grauitatis centrum, minus diſtat à circumferentia, quam trianguli à lateribus Sectoris & ſubtenſa arcus comprehenſi.

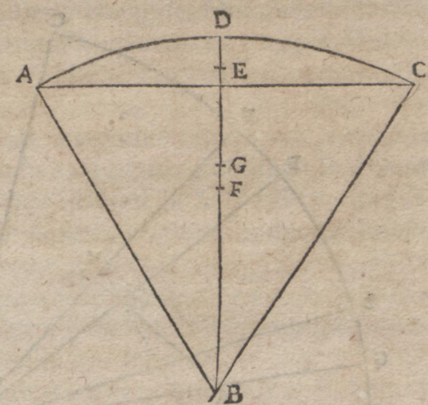
Sit circuli Sector A B C D, triangulum verò B A C.

Dico centrum grauitatis Sectoris cadere ſupra centrum grauitatis trianguli.

Sit enim E centrum grauitatis ſegmenti A D C, centrum verò grauitatis trianguli F, cadet E ſupra F verſus circumferentiam, [a]cùm E ſit intra

a 9. *petit. Archim. de æquip.*

tra segmentum, b F verò intra triangulum, at centrum grauitatis totius, id est Sectoris, c cadit intra centra grauitatis partium, sitque punctum G, constat punctum G cadere vltra punctum F, & vicinius esse arcui A D C.



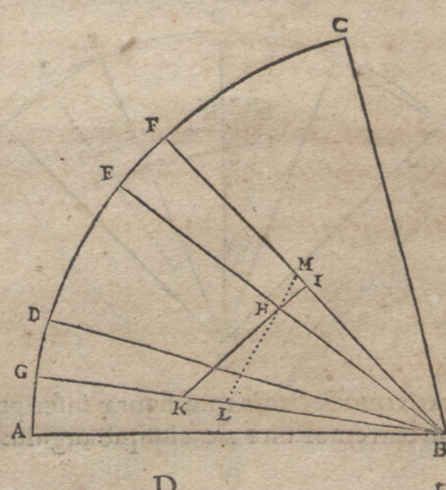
b 14. primi Archim. de æquiponder.
c 16. huius.

Igitur cuiuscumque Sectoris grauitatis centrum, &c. quod fuit ostendendum.

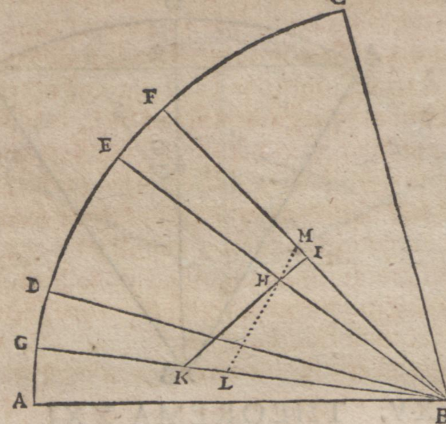
PROPOSITIO XXV. THEOREMA XXI.

Si datum fuerit centrum grauitatis Sectoris circuli, qui deinde in duos Sectores vtcumque diuisus fuerit, & ipsi quoque Sectores per lineas è centro ductas iterum bifariam diuidantur; si ducatur linea per centrum grauitatis totius Sectoris, vtrimque terminata ad eas lineas, quæ alios Sectores bifariam secant, hac lege, vt diuisa ad centrum grauitatis totius Sectoris, pars ad partem reciprocam habeat proportionem Sectoris ad Sectorem, extrema lineæ puncta erunt centra grauitatis partium.

DAtus circuli Sector sit A B C D, diuisus à linea B D, in duos Sectores A B D G, D B C F, quos etiam bifariam secent lineæ B G, B F; in linea verò B E, totum Sectorem bisecante sit H, centrum grauitatis totius Sectoris, & per H ducta sit linea I H K, vtrimque terminata in I & K, hac lege, vt sit reciprocè quemadmodum angulus G B E, ad E B F, ita I H ad H K.



Dico pũcta I & K esse cen-



tra grauitatis ſuorum Sectorum.

Si enim non ſint, alterutrius Sectoris centrum erit diuerſum ab illis punctis; ſit ergo Sectoris ABDG centrum grauitatis L, & per puncta LH, id eſt centrum vnius partis & totius, ducatur linea, quæ occurrat BF in M, (occurret autem alioquin Sector DBCF nullum haberet grauitatis centrum, [a] cùm debeat eſſe in illarum linearum concurſu) erit M centrum grauitatis reliqui, ac proinde erit reciprocè vt Sector ABDG ad Sectorem DBCF, ita MH ad HL; ſed vt Sectores ita etiam ſe habent ipſorum anguli DBA, DBC, eorumq́ue dimidij DBG, DBF, & vt angulus DBG ad DBF, ita IH ad IK, ergo etiam MH ad HL, vt IH ad IK, [b] quod oſtendimus fieri non poſſe; non igitur aliud punctum fuit centrum grauitatis alterutrius Sectoris, ex quo abſurdum ſequitur.

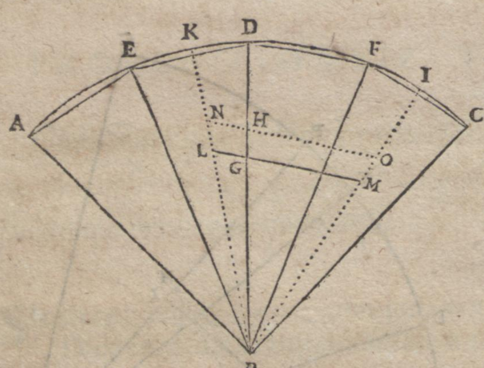
a 8. primi Archim. de æquip. & 20. huius.

b 14. huius

Quamobrem ſi datum fuerit, &c. quod demonſtrare voluimus.

PROPOSITIO XXVI. THEOREMA XXII.

Si Sectori circuli figura rectilinea euidenter fuerit inſcripta, centrum grauitatis ipſius cadet infra centrum grauitatis Sectoris.



SIt Sector circuli ABCD, illique euidenter inſcripta ſit figura AEDFCB.

Dico centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, cadere infra centrum grauitatis Sectoris.

Si hoc non fiat, vel cum illo coincidet, vel cadet ſupra.

Ponatur primùm coincidere, & ſit G centrum grauitatis tum Sectoris tum figuræ inſcriptæ, ſumatur vnum triangulorum extremorum FBC, eiuſq́ue angulus ad centrum bifariam ſecetur

àBI,

à B I, reliqua etiam figuræ pars, dempto triangulo F B C, bisecetur à linea B K, & [a] per G ducatur L M, terminata ad lineas B I B K, quæ diuidatur ad G, vt reciprocè sit L G ad G M, vt Sector B C I F ad Sectorem B A K F, erit etiam vt patet L G ad G M, vt triangulum B F C, ad reliquam partem figuræ euidenter inscriptæ, & etiam vt angulus K B D ad D B I, vt sæpius iam ostensum est. [b] Eruntque puncta L, M, centra grauitatis Sectorum A B F K, B C I F, eodemque discursu quo id supra de Sectoribus ostendimus, etiam demonstrabitur L esse centrum figuræ euidenter inscriptæ Sectori B A K F, & M esse centrum grauitatis trianguli B F C, igitur idem punctum M est centrum grauitatis trianguli B F C, & Sectoris B C I F, [c] quod est absurdum; non igitur punctum G est centrum Sectoris & figuræ euidenter inscriptæ vnde hoc sequitur.

a 13. huius.
b 25. huius
c 24. huius

Cadat secundò centrum grauitatis figuræ inscriptæ in H, supra G centrum Sectoris, & per H ducatur N O, parallela L M, erit N H ad H O, vt L G ad G M, id est reciprocè vt triangulum B F C ad reliquum figuræ inscriptę dempto triangulo, cùm igitur H sit centrum grauitatis totius figuræ inscriptę, constat N & O esse centra partiũ, igitur O est centrum grauitatis trianguli B F C, caditq; supra M centrum grauitatis Sectoris B C I F, [d] quod fieri nequit, ergo centrũ grauitatis figuræ inscriptæ, non cadit supra G centrum Sectoris, ex quo absurdum illud consequitur.

d 24. huius

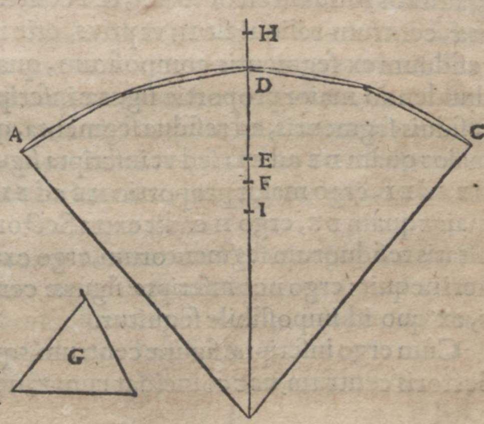
Ideo cùm centrum grauitatis figuræ inscriptæ, non coincidat cum centro grauitatis Sectoris, nec cadat supra, necesse erit cadere infra.

Ergo si Sectori circuli, &c. quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO XXVII. THEOREMA XXIII.

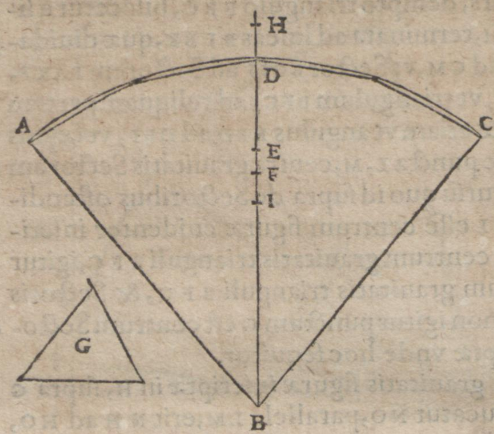
Poßibile est Sectori circuli figuram euidenter inscribere, vt centrum grauitatis figuræ inscriptæ, minus distet à centro grauitatis Sectoris, quolibet interuallo dato.

Sit Sector A B C D, centrum grauitatis eius E, interuallum datum E F, infra F; cadit enim centrum figuræ inscriptæ infra centrum Sectoris.



Dico Sectori inscribi posse euidenter figuram rectilineam, cuius centrum grauitatis minus distet ab E, quàm punctum F.

Sumatur aliquod spatium G, ad quod Sector maiorem habeat proportionẽ quàm



DF ad EF, & Sectori figura euidenter inscribatur, donec spatium ex residuis segmentis demptâ inscriptâ figurâ compositum, sit minus spatio G, constat verò id fieri posse.

Dico centrum grauitatis illius figuræ euidenter inscriptæ, cadere supra punctum F.

Si non cadat supra F, vel cadet in ipsum F, vel infra.

Ponamus primùm coincidere cum F; cùm E sit centrum totius, & F partis seu figuræ inscriptæ, erit centrum reliquæ partis id est magnitudinis ex residuis segmentis compositæ in FE, producta versus E, in eoque puncto puta H, vt FE ad EH sit, vt residuum ex segmentis ad inscriptam figuram; quare etiam erit componendo vt HF ad FE, ita totus Sector ad residuum ex segmentis; cùm verò illud residuum sit minus spatio G, erit maior proportio Sectoris ad residuum, quam Sectoris ad spatium G, ideoque maior proportio HF ad FE, quæ est vt Sector ad residuum, quam DF ad FE, quæ est vt Sector ad spatium G. maior ergo erit HF quàm DF, ergo H centrum grauitatis segmentorum residuorum, cadit extra arcum, & consequenter extra segmentum ADC, [a] quod fieri nequit; ergo centrum grauitatis inscriptæ figuræ non coincidit cum F, ex quo absurdum sequitur.

a 17. huius

Cadat secundò centrum grauitatis infra F in I. Cùm E sit centrum grauitatis totius id est Sectoris, & I centrum grauitatis figuræ inscriptæ, centrum reliqui sit H; vt prius, erit maior proportio Sectoris ad residuum ex segmentis compositum, quam DF ad DE, ergo quoque diuidendo maior proportio figuræ inscriptæ, id est Sectoris demptis residuis segmentis, ad residua segmenta, quàm DE ad EF, multoque maior quàm DE ad EI; sed vt inscripta figura ad residua segmenta, ita HE ad EI, ergo maior proportio HE ad EI, quàm DE ad EI, ergo HE maior quàm DE, ergo H cadit extra Sectorem, centrum nimirum grauitatis residuorum segmentorum, ergo extra segmentum ADC, [b] quod fieri nequit; ergo nec inscriptæ figuræ centrum grauitatis cadit infra F, ex quo id impossibile sequitur.

b 17. huius

Cùm ergo inscriptæ figuræ centrum, [c] quod necessariò cadit infra E Sectoris centrum, nec coincidat cum F, nec cadat infra F, cadet intra

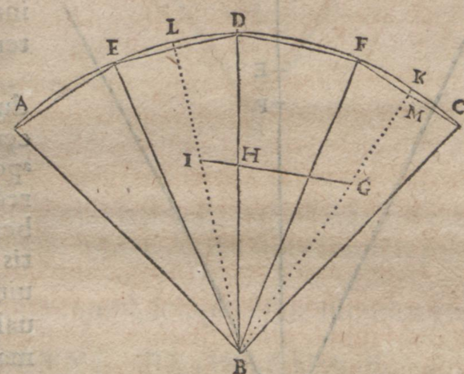
c 20. huius

ſpatium F E, eritque vicinius centro Sectoris, quam ſit datum ſpatium F E.

Itaque poſſibile eſt Sectori circuli, &c. quod oportuit demonſtrare.

PROPOSITIO XXVIII. THEOREMA XXIV.

Omnis figuræ rectilineæ, Sectori euidenter inſcriptæ grauitatis centrum, minus abeſt à centro circuli, duabus tertiis ſemidiametri partibus.



SIt circuli Sector A B C D, figura rectilinea euidenter inſcripta A E D F C B.

Dico centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, minus abeſſe à centro B, duabus tertiis ſemidiametri B D.

Sumatur enim triangulum B F C, & ex centro grauitatis ipſius G, inueniatur centrum grauitatis totius figuræ euidenter inſcriptæ, quod ſit H, & conſequenter reliquę partis dempto triangulo centrum erit I; lineâ B G K biſecante angulum trianguli B C F, & lineâ B H D, biſecante angulum totius figuræ inſcriptæ, lineâ denique B I L, biſecante reliquam figuræ partem, dempto triangulo B F C. erit itaque I H ad H G, vt triangulum B F C ad reliquam figuræ inſcriptæ partem, & conſequenter vt angulus F B C ad angulum F B A, & iterum vt eorum dimidij, id eſt F B K ad F B L, quibus cùm ſint æquales L B D, D B K, conſtat verò angulum L B D eſſe minorem angulo D B K (niſi figura inſcripta duobus tantum conſtet triangulis de quo ſtatim) [a] ergo B H minor erit B I, & B I minor B G, multo ergo minor erit B H quàm B G, ſed B G minor eſt duabus tertiis ſemidiametri partibus, cùm ſit ſubſeſquialtera B M, quæ ſemidiametro minor eſt, ergo & B H minor erit duabus tertiis ſemidiametri, quæ eſt interuallum ſeu diſtantia H, centri grauitatis figuræ inſcriptæ à centro B.

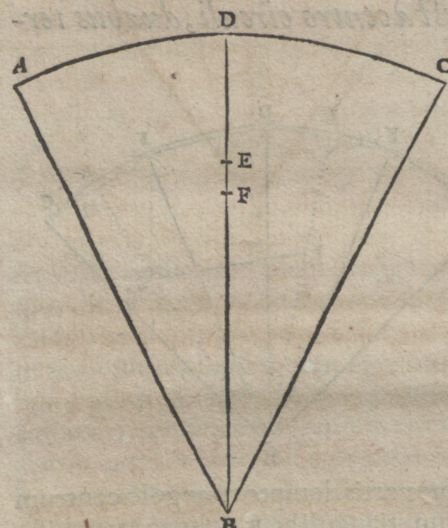
a 10. huius

Si verò figura inſcripta duobus tantum conſtet triangulis, cùm illa ſint æqualia, erunt etiam B G, B I æquales, & angulus I B H æqualis H B G, & B H perpendicularis ad I G, ideoque minor B G, quæ minor eſt duabus tertiis ſemidiametri partibus, ergo & ipſa B H.

Quare omnis figuræ rectilineæ, &c. quod fuit oſtendendum.

PROPOSITIO XXIX. THEOREMA XXV.

Nullius Sectoris circuli grauitatis centrum, abest à centro circuli, interuallo quod excedat duas tertias semidiametri.



SIt Sector circuli A B C D. Dico centrum grauitatis ipsius, non abesse à centro B, interuallo quod superet duas tertias semidiametri B D.

Si enim fieri possit, sint B F duæ tertiæ semidiametri, & E centrum grauitatis Sectoris, [a]possibile est Sectori figuram rectilineam euidenter inscribere, cuius centrum grauitatis minus distet à centro grauitatis Sectoris, dato interuallo F E, & consequenter magis absit à centro B, interuallo B F, id est duabus tertiis semidiametri partibus,[b]quod fieri nequit; ergo nec centrum Sectoris potest à centro circuli abesse maiori interuallo, quam duarum tertiarum semidiametri, ex quo impossibile illud sequitur.

[a] 27. huius
[b] 28. huius

Igitur nullius Sectoris circuli, &c. quod fuit demonstrandum.

PROPOSITIO XXX. THEOREMA XXVI.

Omnis Sectoris circuli grauitatis centrum, minus distat à centro sui circuli, duabus tertiis semidiametri partibus.

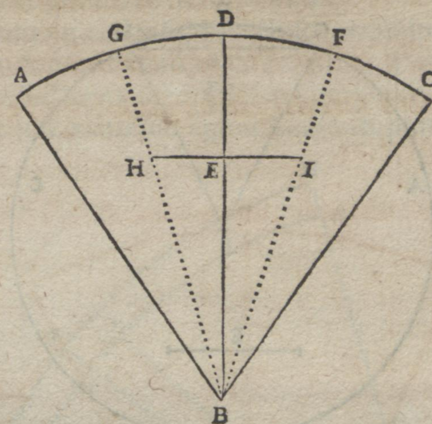
SIt Sector circuli A B C D.

Dico centrum grauitatis ipsius minus abesse à centro circuli B, duabus tertiis semidiametri B D.

Si enim non absit minus, cùm magis etiam abesse non possit, poterit abesse duabus tertiis semidiametri partibus. Sit igitur E, & B E duæ tertiæ semidiametri; [a] cùm B D Sectorem bifariam secet, ducantur etiam B F B G, quæ æquales partes bipartitò diuidant, ducaturque H I per

[a] 20. huius

per E, perpendicularis ad BD, quæ lineis BF, BG occurrat in I & H, erunt H & I centra grauitatis partium, b nulla enim alia linea per E, bifariam diuidetur in E, terminata ad BF, BG; c cùm centra grauitatis partium ob earum æqualitatem debeant esse in linea per E bifariam secta, ergo H erit centrum grauitatis partis seu sectoris ABD, sed BH maior est BE, quæ est duarum tertiarum semidiametri, ergo centrum grauitatis Sectoris ABD, abest amplius duabus semidiametri partibus, d quod fieri non potest; impossibile igitur erit centrum grauitatis totius, abesse duabus tertiis semidiametri partibus, ex quo consequitur.



b 14. *huius*

c 20. *huius* & 25. *huius*.

d 29. *huius*

Ergo omnis Sectoris grauitatis centrũ, &c. quod fuit ostendendum.

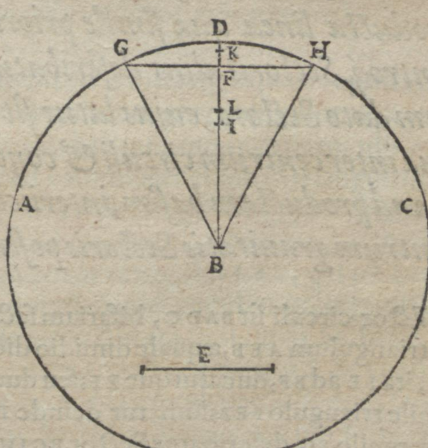
PROPOSITIO XXXI. PROBLEMA V.

A dato quolibet circulo auferre Sectorem, cuius centrum grauitatis magis distet à centro circuli, quolibet interuallo dato, quod minus sit duabus tertiis semidiametri partibus.

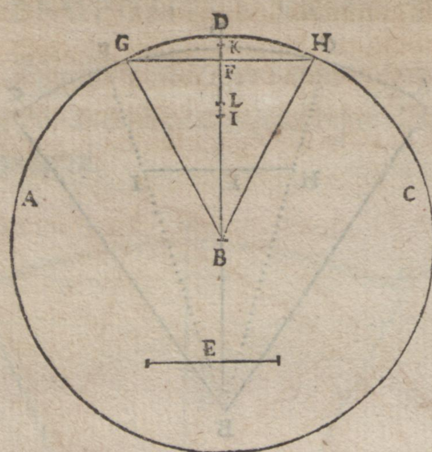
DAtus sit circulus ABC, cuius centum B, & data linea E, minor duabus tertiis partibus semidiametri.

Propositum sit auferre Sectorem, cuius centrum grauitatis magis distet à centro circuli B, dato interuallo E.

Cùm E sit minor subsesquialtera semidiametri dati circuli, à ducta qualibet semidiametro BD, auferatur BF sesquialtera lineę E, erit enim BF minor BD, per F ducatur GH, perpendicularis BD, se-



cans



a 9. *petitio Archim. de æquip.*
b 16. *huius.*

cans circulum in G & H, ducanturq́ue BG, BH.

Dico GBHD esse Sectorem qui postulatur.

Sumatur in linea BD, quæ Sectorem bifariam diuidet vt constat, linea BI æqualis E, erit I centrum grauitatis trianguli BGH, cùm BI sint duæ tertiæ BF, sumatur quoque punctum K esse centrum grauitatis segmenti GDH, a quod erit intra DF, cùm I & K sint centra partium, b centrum totius erit intra IK, puta punctum L, quod magis distat à puncto B, interuallo BI, id est lineæ E.

Igitur à dato circulo, &c. quod fuit faciendum.

PROPOSITIO XXXII. THEOREMA XXVII.

Si quolibet Sectore circuli bifariam secto, à latere eius velut basi descriptum fuerit triangulum, dimidio Sectori æquale, communem cum Sectore eum habens angulum, qui ad centrum circuli est, deinde à vertice trianguli ad basim producta linea quæ simile priori triangulum constituat, centroq́ Sectoris alius describatur Sector, eiusdem anguli cum dato Sectore, cuius latus sit sesquialterum eius lineæ, quæ inter centrum circuli & concursum lineæ à vertice ductæ ad productam basim, interiicitur; trianguli vertex erit centrum grauitatis Sectoris postremo descripti.

SEctor circuli sit BADC, bifariam sectus à linea BD, descriptumq́ue triangulum AEB, æquale dimidio dicti Sectoris ADB, & sit vt AB ad BE, ita BE ad BF, ducaturq́ue EF; seu ducatur EF, vt triangulum BEF, sit simile triangulo BEA; sumatur deinde BG sesquialtera BF, & centro B interuallo BG, describatur Sector BGIH.

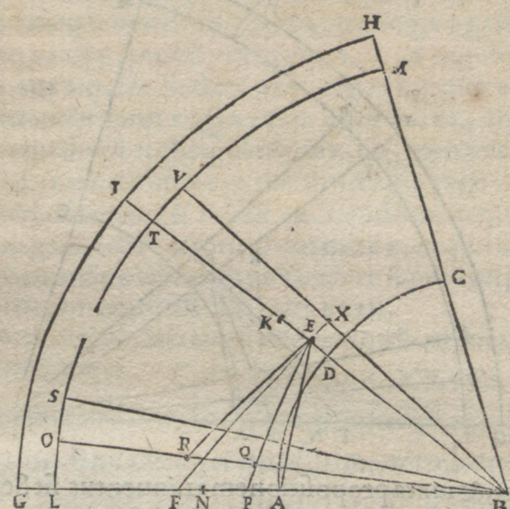
Dico

Dico punctum E esse centrum grauitatis Sectoris BHKI.

Si enim non sit; cùm sit in linea BK, cadet supra vel infra punctum E.

Cadat Primum supra E in K, & fiat vt BK ad BI, ita BE ad BL, & centro B interuallo BL describatur Sector BLM,[a] erit E centrum grauitatis Sectoris BLM, cùm Sectores BLM & BGIH sint figuræ similes, & puncta E & K in vtroque similiter ponantur, sitq; punctum K, ex hypothesi centrum grauitatis Sectoris BGIH.

[a] 7. petit. Archim. primi de æquipond.

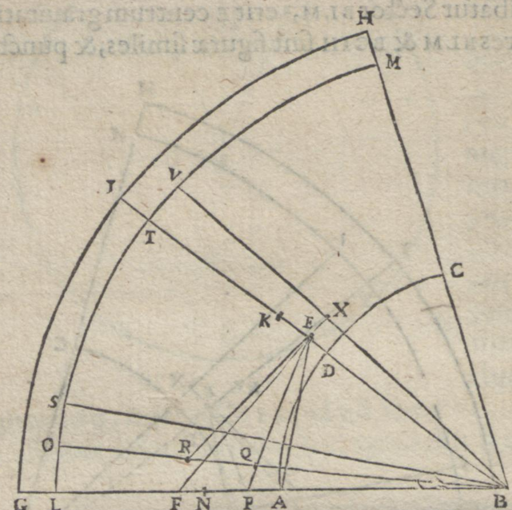


Diuidatur BL in N, vt BL sit sesquialtera BN, & iuxta ea quæ Propositione nona ostensa sunt, ducta sit BO, vt deinde ducta EB, diuidatur ad BO in Q hac ratione, vt sit PQ ad QE, vt angulus PBQ ad angulum QBE, & duabus lineis QB, BE, sumptâ tertiâ proportionali BR, excedat linea BF lineam BR minori interuallo, quam FN, quo BF superat BN, & consequenter sit maior quàm BN, sumatur quoque angulus LBS duplus anguli LBO, & angulus TBV æqualis angulo LBO, & per puncta R & E ducatur linea quæ occurrat BV in X.

Cùm lineæ QB, BE, BR sint tres continuæ proportionales ex constructione, erunt triangula BER, BEQ similia, & anguli BER, BQE æquales, ergo etiam anguli deinceps, id est BEX, BQP æquales erunt, ergo & triangula BEX, BPQ similia erunt, cùm præter angulos BEX, BPQ etiam angulos EBX, QBP æquales habeant, quare in triangulis BQP, BEX erit sicut PQ ad QB, ita EX ad EB, similiter etiam in triangulis BQE, BRE, erit sicut BQ ad QE, ita BE ad ER, sed PQ est ad QE vt angulus BPQ ad QBE, id est angulus LBO ad OBT, ergo etiam XE erit ad ER, vt angulus LBO ad angulum OBT, ergo etiam vt angulus LBS, qui est duplus anguli LBO, ad angulum SBM, qui est duplus anguli OBT, ergo erit XE ad ER reciprocè, vt Sector LBS ad Sectorem SBM, quia Sectores habent eamdem proportionem quam anguli; cùm verò E sit centrum grauitatis totius Sectoris BLM, & BO bifariam secet Sectorem LBS, & BN Sectorem SBM, partes totius Sectoris, & linea RX per E ducta, & vtrimque terminata ad BO, BN diuidatur ad punctum E, in recipro-

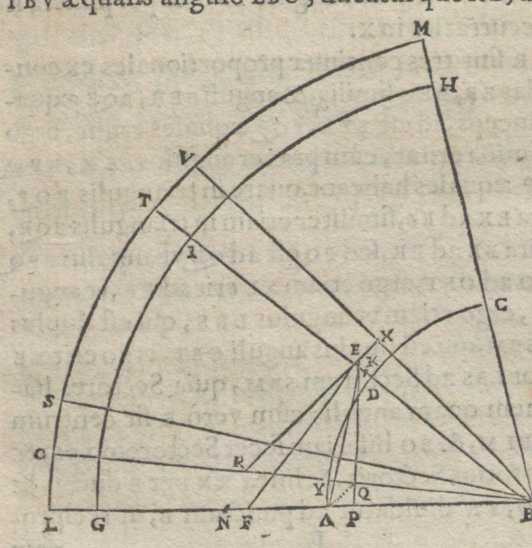
b 25.*huius* cam proportionem partium, [b]erunt R & X centra partium, ergo R erit centrum grauitatis Sectoris LBS; sed RB est maior BN duabus scilicet tertiis BL, ergo alicuius Sectoris centrum, plus duabus tertiis semidiametri partibus distat à centro circuli, [c] quod fieri nequit; non igitur centrum grauitatis Sectoris BGHI, cadit supra E ex quo hoc absurdum sequitur.

c 30.*huius*



Cadat secundò infra E in K, & fiat vt BK ad BI, ita BE ad BL, & centro B interuallo BL, describatur Sector BLM, erit E centrum grauitatis Sectoris BLM, vt suprà ostendimus.

Diuidatur BL in N, vt BL sit sesquialtera BN, & iuxta propositionem 31. inuentus sit Sector BLS, cuius centrum grauitatis R, maiori interuallo distet à centro circuli B, quam sit interuallũ lineæ BF, quod est minus BN, scilicet duabus tertiis semidiametri BL, ductaque sit BRO, diuidet illa bifariam Sectorem BLS, fiat angulus TBV æqualis angulo LBO, ducaturque RE, donec occurrat BV in X.



Quandoquidem E sit centrum grauitatis totius Sectoris BLM, & R centrum grauitatis Sectoris BLS, [d] centrum grauitatis reliqui Sectoris SBM, erit in RE producta, [e] sed etiam erit in BV, quæ illum bifariam secat, ergo in X; ergo erit vt EX ad ER, ita Sector BLS ad Sectorem BSM, & similiter angulus LBS ad angulum SBM, eorumque dimidij, scilicet angulus LOB ad angulum OBT,

d 8.*primi Archim. de æquip.*

e 20.*huius*

OBT, & angulus TBV ad angulum TBO, vt iam oſtendimus.

Fiat deinde vt BR ad BE, ita BE ad BQ; ducatur EQ, & producatur vſque in P, ducatur item AQ; ſimilia erunt triangula REB, EQB, & anguli REB, EQB æquales, ergo & in triangulis BEX, BQP anguli BEX, BQP qui prioribus ſunt deinceps, æquales erunt, ergo & triangula BEX, BQP ſimilia vt ante oſtendimus, eritque vt EX ad EB, ita PQ ad QB, & vt EB ad ER, ita QB ad QE, ergo ex æqualitate vt EX ad ER, ita PQ ad QE; ſed EX ad ER, vt angulus ABQ ad QPE, hoc eſt vt angulus LBO ad angulum OBT, [f] ergo triangulum AQB æquale Sectori BAY, ergo BQ maior BA; ſed EB eſt media proportionalis inter BQ, BR; item inter BA, BF, ergo rectangulum ſub BF, BA, æquale eſt rectangulo ſub BR, BQ, ergo erit vt BF ad BR, ita BQ ad BA, ſed BE eſt minor BF ex conſtructione, ergo erit BQ minor BA, ergo BQ ſimul erit maior & minor BA, quod fieri nequit; non cadet igitur centrum grauitatis Sectoris BGIH infra E, ex quo abſurdum conſequitur; ſed oſtenſum eſt etiam non cadere ſupra E, ergo erit ipſum punctum E, centrum grauitatis Sectoris BGIH.

f 6. huius.

Igitur ſi quolibet Sectore circuli, &c. quod fuit demonſtrandum.

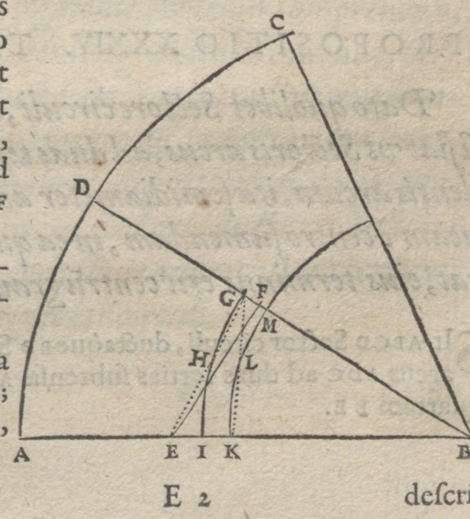
PROPOSITIO XXXIII. THEOREMA XXVIII.

Si quolibet Sectore circuli è centro bifariam diuiſo, ducta fuerit perpendicularis in lineam biſecantẽ, à puncto lateris quod duabus tertiis partibus ſemidiametri abſit à centro circuli, & fiat vt dimidius Sectoris arcus ad ſemidiametrum, ita perpendicularis ducta ad quartam quamdam lineam, è centro circuli in linea biſecante ſumendam, eius terminus eſt centrum grauitatis Sectoris propoſiti.

Sit datus Sector ABC, ſectus bifariam à ſemidiametro DB, & latere AB diuiſo in E, vt AB ſit ſeſquialtera BE, ducta ſit EF perpendiculans lineæ DB, & ponatur eſſe vt arcus DA ad ſemidiametrum AB, ita EF ad BG.

Dico punctum G eſſe centrum grauitatis Sectoris propoſiti.

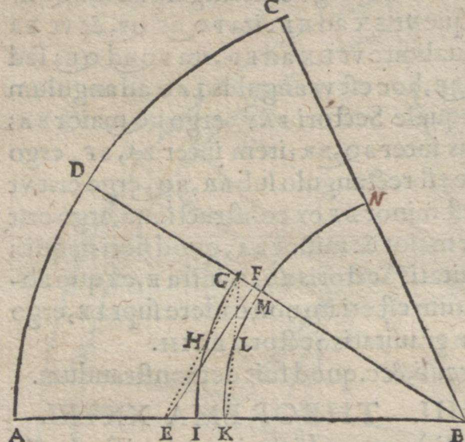
Fiat enim vt BE ad BG, ita EG ad BK, ducanturq; GE GK; item centro B, interuallo BG,



 deſcri-

deſcribatur arcus GHI, & eodem centro interuallo BK, deſcribatur arcus KLM, & producatur in N.

Cùm ſit vt arcus DA ad ſemidiametrũ AB, ita arcus GHI ad ſemidiametrum BG, & vt arcus DA ad lineam AB, ita EF ad BG, eadem erit proportio arcus GHI ad GB, quæ rectæ EF ad BG, igitur arcus GHI erit rectæ EF æqualis, ſed triangulum GEB habet baſim ſemidiametrum Sectoris BGHI, & altitudinem EF æqualem arcui GHI, ergo eſt æquale Sectori BGHI; item Sectores BGHI, BKLM, cùm ſint ſimiles, ſunt in duplicata ratione ſuarum ſemidiametrorum, cùm verò ſit vt BK ad BG, ita BG ad BE, erit Sector BKLM ad Sectorem BGHI, vt BK ad BE, & conuertendo vt BE ad BK, ita Sector BGHI ad BKLM, & permutando vt triangulum BGE ad Sectorem BGHI, ita triangulum BGK ad Sectorem BKLM; ſed triangulum BGE oſtenſum eſt Sectori BGHI æquale, ergo & triangulum BGK Sectori BKLM æquale. Cùm igitur Sector BKMN ſit bipartitò diuiſus à linea BM, & Sectori BKLM ſit æquale triangulum BGK, producto latere BM comprehenſum, ſitque triangulum BGE ſimile triangulo BGK, & BA ſeſquialtera BE, Sectoris BADC,[a] centrum grauitatis eſt punctum G.



a 32. huius

Ergo ſi quolibet Sectore circuli, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XXXIV. THEOREMA XXIX.

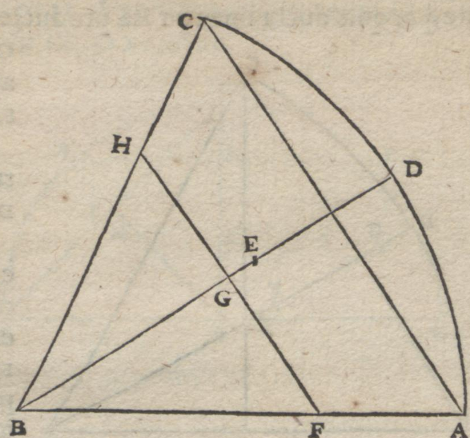
Dato quolibet Sectore circuli, è centro bifariam diuiſo, ſi fiat vt Sectoris arcus, ad duas tertias partes rectæ ſubtendentis arcum, ita ſemidiameter ad quartam quandam lineam è centro ſumendam, in ea quæ Sectorem bifariam ſecat, eius terminus erit centrũ grauitatis Sectoris propoſiti.

SIt ABCD Sector circuli, ductaque BD Sectorem biſecante, ſit veluti arcus ADC ad duas tertias ſubtenſæ AC, ita ſemidiameter BD ad quartam BE.

Dico

Dico E esse centrum grauitatis Sectoris propositi.

Diuidatur enim AB in F, vt sit AB sesquialtera FB, & ducatur FH parallela AC.



Cùm BF sit subsesquialtera BA, & sit vt BF ad BA, ita FH ad AC, erit quoque FH duarum tertiarum AC, quare erit vt arcus ADC ad FH, ita AB ad BE, & vt DA dimidium arcus ADC, ad FG dimidiam FH, ita AB ad BE, ergo conuertendo vt arcus AD ad rectam AB, ita FG perpendicularis lineæ BD, ad lineam BE; cùm igitur AB sit sesquialtera FB, per præcedentem[a] constabit E esse centrum grauitatis Sectoris propositi.

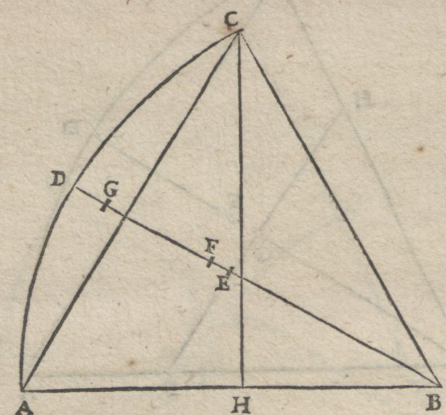
a 33. huius.

Igitur dato quolibet Sectore circuli, &c. quod fuit ostendendum.

PROPOSITIO XXXV. THEOREMA XXX.

Si datum fuerit quodlibet segmentum circuli semicirculo minus, ductisq; semidiametris quæ segmenti arcui insistunt; inuentis deinde centris grauitatis Sectoris, & trianguli à Sectoris lateribus & segmenti subtensa comprehensi, si linea vtraque connectens centra grauitatis inuenta, versus centrum Sectoris producta ita augeatur, vt augmentum ad compositam ex augmento & inuenta iam linea, quæ centra connectit, eam habeat proportionem, quam perpendicularis ab extremo arcus Sectoris ducta in Sectoris latus, ad segmenti arcum, erit illius augmenti extremum, centrum grauitatis dati segmenti circuli.

SIt ADC segmentum semicirculo minus, ductisque ad centrum circuli cuius est segmentum lineis AB, CB, item positis, F quidem centro grauitatis Sectoris ABCD, at puncto E centro grauitatis trianguli ABC, per quæ ducta linea EF ita producta sit in G, vt quemadmodum CH perpendiculans in AB, ad arcum ADC, ita sit GF ad totam GE.



Dico punctum G, esse centrum grauitatis segmenti ADC.

a Cùm enim linea EF ducatur per centrum totius, id est Sectoris; & vnius partis, id est trianguli; erit in illa versus F producta centrum reliquæ partis, id est segmenti ADC; in eoque puncto puta G, vt linea EF ad FG, habeat reciprocam proportionem partium; sed illam habet EF ad FG; nam vt est perpendiculans CH ad arcum ADC, ita est triangulum ABC ad Sectorem ADBC; (Sector enim æqualis est triangulo sub basi æquali AB, & altitudine quæ æqualis sit arcui ADC) ergo triangulum & Sector sunt in proportione GE ad GF, & diuidendo vt triangulum ABC ad segmentum ADC, ita FG reciprocè ad FE. b Cùm itaque F sit centrum grauitatis totius, centrum verò partis, id est trianguli sit E, erit G centrum grauitatis reliqui, id est segmenti ADC.

a 8. primi Archim. de æquiponder.

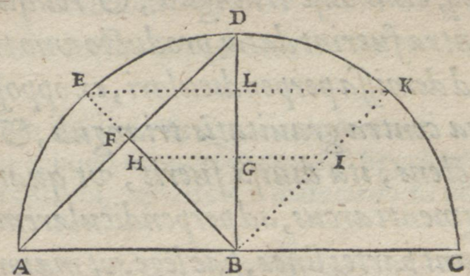
b 8. primi Archim. de æquip.

Ergo si datum fuerit quodlibet, &c. quod fuit ostendendum.

PROPOSITIO XXXVI. THEOREMA XXXI.

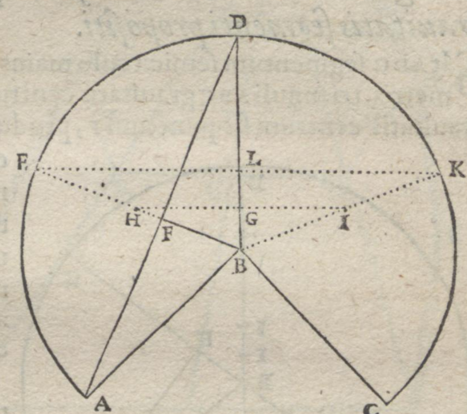
Si datus fuerit semicirculus, aut circuli portio semicirculo maior, parte circumferentiæ & duabus semidiametris comprehensa, & sicut dimidius arcus, ad duas tertias partes suæ subtensæ, ita perpendicularis è centro circuli in dictam subtensam, ad quartam quampiam lineam, sumendam à centro, in linea totam portionem è centro bisecante, in eius termino erit centrum grauitatis semicirculi, aut portionis propositæ.

SIt datus ſemicirculus, aut portio maior vt eam iam deſcripſimus ADC, quam bipartitò ſecet BD, ductaque AD, ſubtenſa dimidij arcus AED, in eamq́ue perpendicularis BF; ſi ponatur eſſe vt arcus AED, ad duas tertias partes ſuæ ſubtenſæ AD, ita BF ad BG.



Dico punctum G eſſe centrum grauitatis ſemicirculi, aut portionis propoſitæ.

Producatur BF in E, quæ biſecabit Sectorē ABDE, ſimiliter reliquũ Sectoris dimidium, ſcilicet BDKC bifariam ſecet BK, ducatur EK, & per punctum G ducatur HI, parallela EK, occurrens lineis BE, BK, in H & I.



Cùm BD totam portionem bifariam ſecet, & lineæ BE, BK reliquas partes, erit arcus EDK dimidio arcui portionis æqualis, & EK æqualis AD, & conſequenter linea BL æqualis BF; ergo vt BF ad BG, ita BL ad BG, id eſt vt arcus AED, ad duas tertias ſubtenſæ AD; at in triangulo BEK, linea FI eſt baſi parallela, ergo latera in eamdem proportionem diuidit, ſcilicet in proportionem lineæ BL ad LG; erunt igitur EB ad BH, & BK ad BI, ſicut arcus ſingulorum Sectorum, ad duas tertias ſuæ ſubtenſæ, [a] ergo puncta H & I centra grauitatis Sectorum ABDE, CBDK, [b] ergo centrum totius in HI, ſed etiam eſt in BD, ergo in G.

a 34. huius

b 10. huius

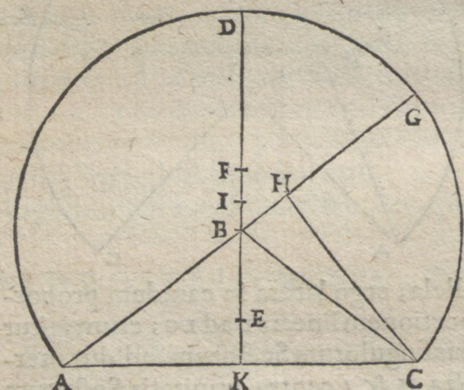
Igitur ſi datus fuerit ſemicirculus, &c. quod demonſtrare oportuit.

PROPO-

PROPOSITIO XXXVII. THEOREMA XXXII.

Si datum fuerit ſegmentum quoddam ſemicirculo maius, ductiſq́ à baſis extremis duabus ad centrum lineis, factiſq́ cum baſe trianguli, & reliquæ portionis grauitatis centra fuerint data; producto vno trianguli latere, & in illud demiſſa perpendiculari, ex oppoſito baſis extremo, ſi linea centra grauitatis trianguli, & reliquæ portionis connectens, ita diuiſa fuerit, vt quam proportionem habet ſegmenti arcus, ad perpendicularem iam ductam, eam habeant partes lineæ, hac lege, vt maior pars centro grauitatis trianguli adiaceat; hoc diuiſionis punctum, erit centrum grauitatis ſegmenti propoſiti.

SIt ADC ſegmentum ſemicirculo maius, ductiſque AB, CB ſemidiametris, trianguli ABC grauitatis centrum ſit E, reliqui verò Sectoris grauitatis centrum ſit punctum F, producatur AB in G, ductaque ad eam perpendiculari CH, ponatur linea EF dicta grauitatis centra coniungens, ita diuiſa in I, vt quam proportionem habet arcus ſegmenti ad perpendicularem CH, eam habeat EI ad IF.



Dico punctum I, eſſe centrũ grauitatis dicti ſegmenti.

[a] Neceſſe enim eſt, vt centrum grauitatis ſegmẽti propoſiti, ſit in FE connectente centra partium, [b] in eoq́ue puncto, quod lineam diuidit reciprocè in rationem partium; at triangulum ad reſiduam portionem illam habet proportionem, quam CH ad arcum ſegmenti, (illa enim portio æqualis eſt triangulo rectangulo, ſub ſemidiametro & altitudine quæ ſit dicto arcui æqualis) in eamdemq́ue poſuimus reciprocè diuiſam lineam FE, ergo I erit centrum grauitatis ſegmenti propoſiti.

[a] 16. huius

[b] 6. & 7. primi Archimedis de æquiponder.

Itaque ſi fuerit datum quoddam ſegmentum, &c. quod fuit demonſtrandum.

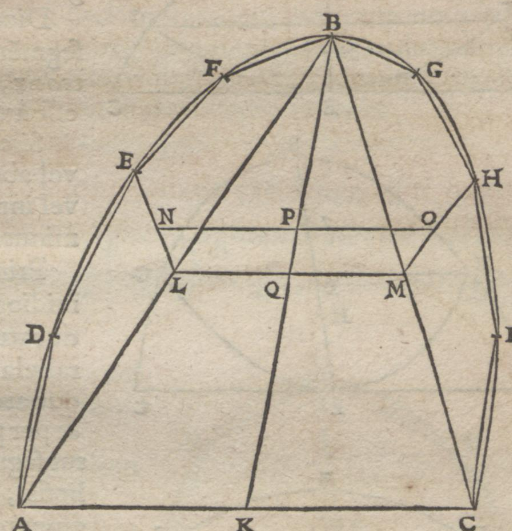
PROPO-

PROPOSITIO XXXVIII. THEOREMA XXXIII.

Si ſegmento circuli vel ellipſis, figura rectilinea euidenter inſcripta fuerit, ſegmentorum reliquorum demptâ figurâ inſcriptâ, commune grauitatis centrum, minus aberit à ſegmenti vertice, dimidio lineæ, quæ à vertice ad mediam baſim ducitur.

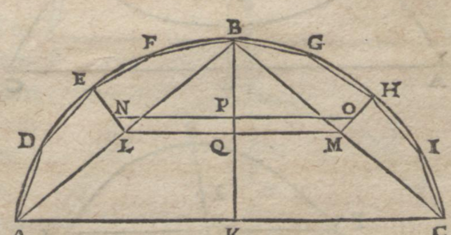
SEgmento ABC, euidenter inſcripta ſit figura ADEFBGHIC. Dico magnitudinis ex reliquis ſegmentis, demptâ figurâ inſcriptâ compoſitæ, grauitatis centrum, ([a]quod eſt in diametro BK) minus abeſſe à vertice B, dimidio lineæ BK.

a 18. huius.



Ducantur AB, CB, ſegmentoque AEB euidenter inſcripta erit figura ADEFB, & ſegmento CHB figura CIHGB, quare ductis EL, HM diametris, [b] erunt centra grauitatum magnitudinũ compoſitarũ ex ſegmentis reſiduis, demptis figuris ADEFB, CIHGB, in lineis EL, HM. ſit N centrum grauitatis, magnitudinis compoſitæ ex ſegmentis portionis AEB, & ſumatur O centrum grauitatis, magnitudinis cõpoſitæ ex ſegmentis portionis BHC, ductaque NO, [c]cùm centrum grauitatis ex omnibus compoſitæ ſit in NO, & [d] ſit prætere a in BK, erit in P, quæ communis vtriuſq; lineæ interſectio eſt; ducatur deinde LM, cadet illa infra NO, & cùm lineas AB, BC ſecet bifariam in L & M, lineam quoque BK bipartitò ſecabit in Q, quapropter cùm P cadat ſupra Q, punctum P, centrum grauitatis

b 21. huius



c

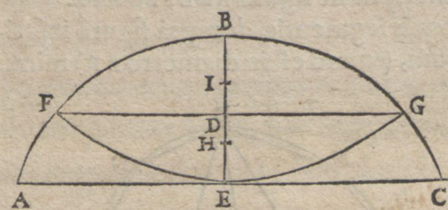
d 21. huius.

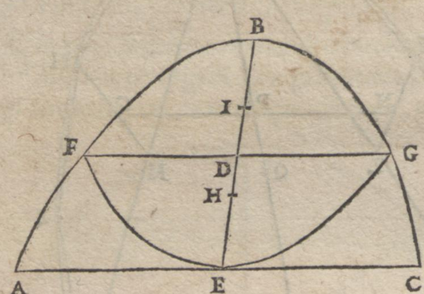
uitatis magnitudinis ex omnibus segmentis compositæ, aberit à vertice B, interuallo BP, quod minus est B Q, dimidio lineæ BK.

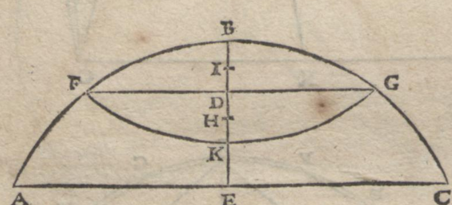
Igitur si segmento circuli vel ellipsis, &c. quod fuit demonstrandũ.

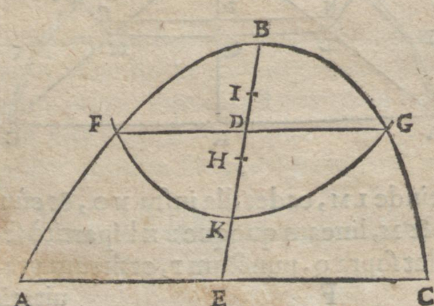
PROPOSITIO XXXIX. THEOREMA XXXIV.

Cuiuslibet segmẽti circuli vel ellipsis grauitatis centrum, plus distat à segmenti vertice, dimidio diametri segmenti.









SIt ABC segmentum circuli vel ellipsis, & linea BE segmenti diameter.

Dico centrum grauitatis segmẽti, [a] quod est in diametro BE, plus dimidio BE, abesse à vertice B.

Si enim id verum non sit, vel aberit dimidio lineæ BE, vel interuallo quod dimidio minus sit, à segmenti vertice.

Primò ponatur abesse dimidio BE, sitque punctum D; ducatur per D linea FG, parallela AC, occurrens vtrimque arcui segmenti in F & G, & per puncta FEG, describatur segmentum circuli vel ellipsis, æquale & simile segmento FBG, totumque cadet intra figuram AEGC, quæ omnia ex geometria euidentia sunt. [b] Segmenti quoque FEG centrum grauitatis erit in DE, & sit H, centrum item grauitatis segmenti FBG sit I, [c] erunt DH & DI æquales, [d] ideoq; magnitudinis compositæ ex segmẽtis FBG, FEG, commune grauitatis centrum erit D, ob æqualitatem & similitudinem segmentorum, & ex D æquiponderabunt;

a 19. huius.

b 19. huius

c 2. postulatum Lucæ Valerij.
d 1. petitio Archim. de æquip.

bunt; additâ igitur magnitudine, quæ cum ſegmento F E G, componit figuram A F C G,[e] inclinabit pondus ad partes ſegmenti F E G, tota enim compoſita magnitudo A F C G, ponderat ad partes ſegmenti F E G;[f] nam cum totius ſegmenti A B C, centrum grauitatis ſit in B E, item & ablatæ partis E B G ſit in eadem linea, etiam reliquæ figuræ A F G C, erit in eadem linea, [g] ſed etiam eſt intra ipſammet figuram A E G C, ergo erit intra lineam D E, ideoq́ue tam ſegmentum F E G, quàm hoc quod additum eſt ſimul ſumpta, ponderant ex D E, cùm igitur inclinetur pondus, non erit D centrum grauitatis ſegmenti A B C.

e 2. petitio Archim. de æquipond.

f 8. primi Archimedis de æquiponder.

g 9. petitio æquipond. Archim.

Ponatur ſecundò centrum D, abeſſe minori interuallo, quam ſit dimidium B E, & ſumatur D K æqualis D B, & per F K G deſcribatur ſegmẽtum circuli vel ellipſis vt ſuprà, quod amplius cadet intra figuram A F G C, & inſtitutâ vt prius argumẽtatione, idem abſurdum conſequetur.

Idcirco cùm centrum grauitatis ſegmenti A B C, nec dimidio lineæ B E, nec interuallo dimidio minori abeſſe poſſit, cadet vltra dimidium lineæ B E, ſeu diametri ſegmenti, initio ſumpto à vertice.

Quare cuiuſlibet ſegmenti, &c. quod oſtendere oportuit.

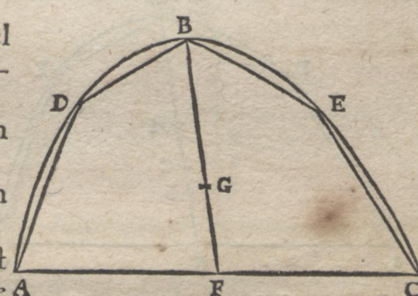
PROPOSITIO XL. THEOREMA XXXV.

Centrum grauitatis figuræ, ſegmento circuli vel ellipſis euidenter inſcriptæ, non poteſt idem eſſe, cum centro grauitatis ipſius ſegmenti.

SIt A B C ſegmentum circuli vel ellipſis, & figura A D B E C, illi euidenter inſcripta.

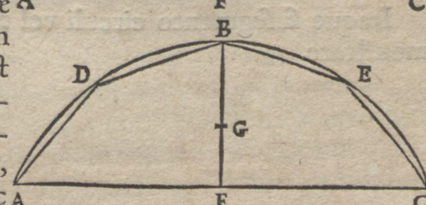
Dico vtriuſque idem eſſe non poſſe grauitatis centrum.

Si enim fieri poſſit, [a] cùm ſit in diametro B F, ſit punctum G.



a 18. & 19. huius.

Cùm G ſit centrum totius, id eſt ſegmenti; & partis, id eſt figuræ euidenter inſcriptæ, [b] erit etiam centrum grauitatis reliqui, id eſt magnitudinis ex reſiduis ſegmentis compoſitæ: ergo B G erit [c] minor dimidio B F, & ſimul [d] maior, quod fieri nequit; ergo nec hoc vnde ſequitur, ſcilicet idem eſſe ſegmenti, & figuræ euidenter inſcriptæ grauitatis centrum.



b 18. primi Solidorum Lucæ Valerij.

c 33. huius

d 39. huius

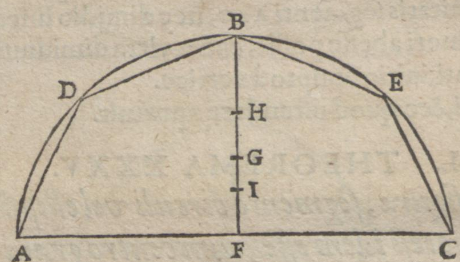
Ergo centrum grauitatis figuræ, &c. quod fuit demonſtrandum.

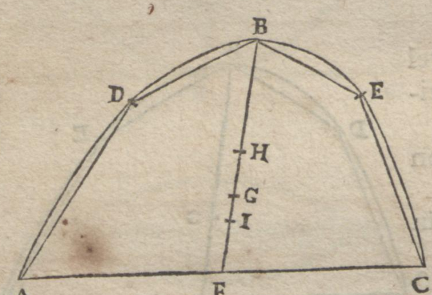
PROPOSITIO XLI. THEOREMA XXXVI.

Si ſegmento circuli vel ellipſis, figura rectilinea fuerit euidenter inſcripta, totius ſegmenti grauitatis centrum, erit vertici ſegmenti propinquius, quàm centrum figuræ inſcriptæ.

SIt ABC ſegmentum circuli vel ellipſis, & ADBEC figura rectilinea, ſegmento euidenter inſcripta.

Dico centrum grauitatis ſegmenti, minus diſtare à vertice, quam centrum grauitatis figuræ euidenter inſcriptæ.





a Cùm vtriuſque magnitudinis centrum grauitatis ſit in BF, ſegmenti diametro, b nec idem poſſit eſſe vtriuſque centrum; ſit G centrum ſegmenti, H verò centrum magnitudinis, compoſitæ ex reſiduis ſegmentis, demptâ figurâ inſcriptâ. Cùm G ſit centrum totius, & H centrum partis, c neceſſe eſt centrum reliquæ partis cadere ad alteram partem G, id eſt in aliquod punctum I, d & cùm H ſit vicinius vertici quàm G, e debebit I eſſe remotius à vertice quàm G.

a 18. & 19. huius.

b 40. huius

c 8. primi Archim. de æquip.

d 38. huius

e 39. huius

Itaque ſi ſegmento circuli vel ellipſis, &c. quod oportuit demonſtrare.

PRO-

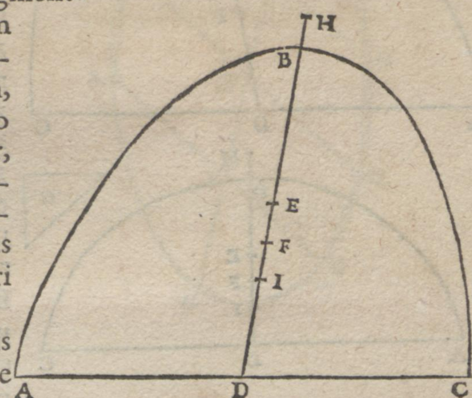
PROPOSITIO XLII. THEOREMA XXXVII.

Dato ſegmento circuli vel ellipſis, poteſt figura rectilinea euidenter inſcribi, vt linea quæ inter centrum grauitatis ſegmenti & centrum inſcriptæ figuræ interiicitur, ſit quacumque lineâ rectâ datâ minor.

SEgmentum circuli vel ellipſis ſit A B C, centrum grauitatis eius E, interuallum datum E F, ita vt F ſit infra, [a] cùm centrum grauitatis figuræ cadat infra centrum ſegmenti.

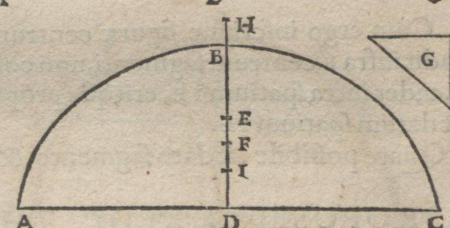
a 41. huius

Sumatur aliquod ſpatium G, ad quod ſegmentum maiorem habeat proportionem, quàm B F ad E F, & ſegmento figura euidenter inſcribatur, donec ſpatium ex reſiduis ſegmentis, dempta inſcripta figura compoſitum, ſit minus ſpatio G, conſtat verò id fieri poſſe.



Dico centrum grauitatis illius figuræ inſcriptæ, cadere ſupra F.

Si non cadat ſupra F, vel cadet in ipſum F, vel infra.

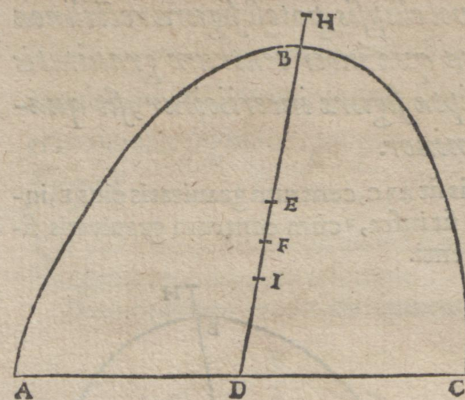


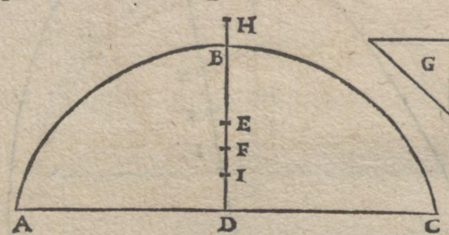
Ponamus primò coincidere cum F; cum E ſit centrum totius ſegmenti, & F partis, ſeu figuræ euidenter inſcriptæ, [b] erit centrum reliquæ partis, id eſt magnitudinis ex reſiduis ſegmentis compoſitę, in F E, producta verſus E, in eóque puncto puta H, vt F E, ad E H ſit, vt reſiduum ex ſegmentis, ad inſcriptam figuram; quare etiam componendo erit vt H F ad F E, ita totum ſegmentum, ad reſiduum ex ſegmentis; cùm verò illud reſiduum iuxta conſtructionem ſit minus ſpatio G, erit maior proportio ſegmenti ad reſiduum, quàm ſegmenti ad ſpatium G, ideóque maior proportio H F ad F E, quæ eſt vt ſegmentum ad reſiduum, quàm B F ad F E; ergo H centrum grauitatis ſpatiorum reſiduorum, cadit extra ſegmentum A B C, [c] quod fieri nequit. igitur centrum grauitatis inſcriptæ non coincidit cum F, ex quo abſurdum conſequitur.

b 8. primi Archim. de æquip.

c 17. huius

Cadat ſecundò centrum grauitatis infra F in I; cùm E ſit centrum grauitatis totius, id eſt ſegmenti; & I centrum grauitatis figuræ inſcriptæ, centrum reliqui, id eſt magnitudinis ex reſiduis ſegmentis compoſitæ ſit H; vt prius erit maior proportio ſegmenti ad reſiduum, quàm BF ad BE, ergo quoque diuidendo, maior erit proportio figuræ inſcriptæ ad reſidua ſegmenta, quàm BE ad EF, multoq́ue maior quàm BE ad EI, ſed vt inſcripta figura ad reſidua ſegmenta, ita HE ad EI, ergo maior proportio HE ad EI, quàm BE ad EI, ergo HE maior BE, ergo H cadit extra ſegmentum, centrum nimirum grauitatis reſiduorum ſegmentorum, d quod fieri nequit; ergo nec inſcriptæ figuræ centrum grauitatis cadit infra F, ex quo id impoſſibile ſequitur.





d 17. *huius*

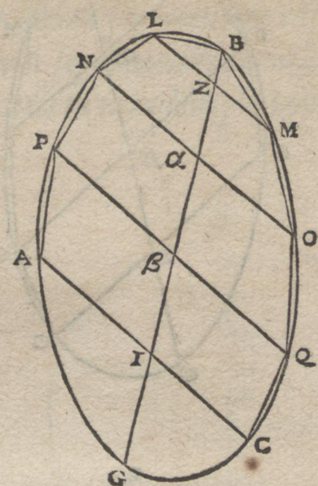
Cùm ergo inſcriptæ figuræ centrum grauitatis, quod neceſſariò cadit infra E centrum ſegmenti, non coincidat cum F, nec cadat infra F, cadet intra ſpatium FE, eritq́ue propinquius centro ſegmẽti, quàm ſit datum ſpatium FE.

Quare poſſibile eſt dato ſegmento, &c. quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO XLIII. THEOREMA XXXVIII.

Si dentur duo ſegmenta, vnum ellipſis alterum circuli, & quam proportionem habet ſegmentum ellipſis ad totam ellipſim, eamdem habeat ſegmentum circuli ad totum circulum; & in vtroque rectilineæ figuræ euidenter deſcribantur, quarum latera ſint multitudine æqualia, figurarum centra grauitatis, ſimiliter ſecabunt ſegmentorum diametros.

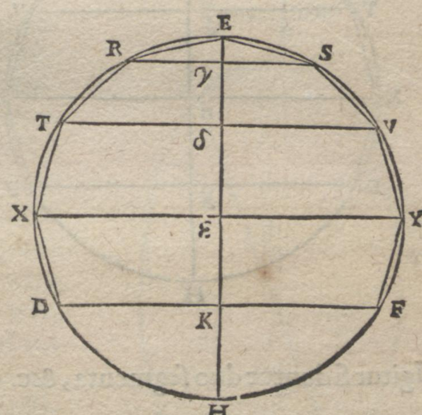
SIt ABC ſegmentum ellipſis, DEF ſegmentum circuli, & ſit ſegmentum ellipſis ad totam ellipſim ABCG, vt ſegmentum circuli ad totum circulum DEFH, & ſegmento quidem ellipſis, figura APNLBMOQE euidenter inſcripta ſit, ſegmento verò circuli, figura DXTRESVXF.



Dico centra grauitatis vtriuſque figuræ inſcriptæ, ſimiliter ſecare diametros ſegmentorum BI, EK.

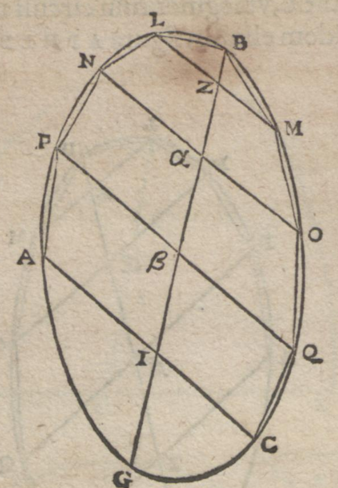
Iungantur LM, NO, PQ, in ellipſi; & RS, TV, XY in circulo.

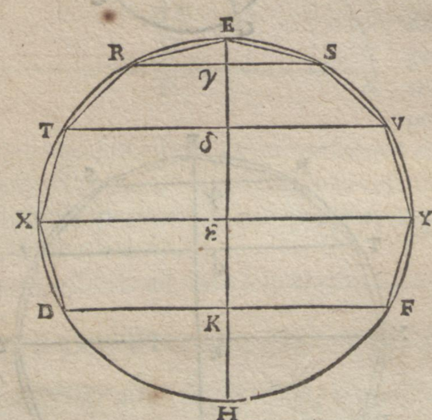
Iam ſuppono ex Conicis, ductas lineas inter ſe parallelas eſſe, & ad diametros bifariam diuidi; & parallelas in ſegmento ellipſis, cum reſpondentibus comparatas, inter ſe eamdem habere proportionem, quam illæ quæ in ſegmento circuli reſpondent illis, quæ in ellipſi inter ſe comparatæ ſunt; denique ipſas ſegmentorum diametros, ad totas ſuarum figurarum diametros, eamdem habere proportionem, eò quòd ſegmentorum areæ, ad totas ſuarum figurarum areas, eamdem proportionem habeant. Hæc enim omnia ex Conicis demonſtrationibus, apud geometras nota ſunt, & ea hîc demonſtrare ab inſtituto alienum foret.



His ſuppoſitis propoſitum demonſtrabo. [a] Trapeziorum APQC, DXYF centra grauitatis, erunt in Iβ, K, ε, rectis lineis ſimiliter poſita, cùm eamdem habeant proportionem AC, PQ, quam DF, XY. Similiter

[a] 15. primi Archim. de æquipond.





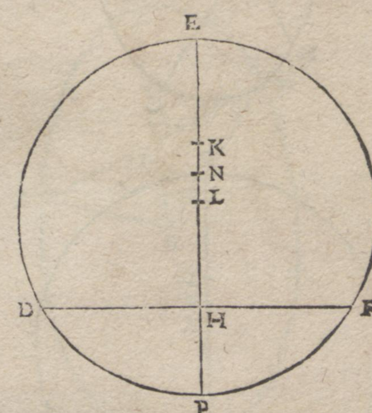
liter etiam trapeziorum PNOQ, XTVY centra grauitatis, similiter diuident lineas βα, εδ; denique & in trapeziis reliquis, centra grauitatis similiter diuident suas lineas, eadem de causa; sunt autem & triangulorum LBM, RES centra grauitatis, in lineis BZ, Eγ similiter posita; habent autem eamdem proportionem trapezia & triangula, vt sibi respondent in segmentis propositis circuli & ellipsis, quare si duorum primorum trapeziorum in segmento ellipsis, commune centrum grauitatis inuentum fuerit; itidem duorum trapeziorum primorum in segmento circuli, lineæ αI in ellipsi & δK in circulo similiter diuidentur, atque ita progressione facta ad reliqua, totius figuræ rectilineæ, in segmento ellipsis ABC inscriptæ, centrum grauitatis similiter diuidet diametrum BI, sicut figuræ in segmento circuli inscriptæ grauitatis centrum, diuidet lineam EK.

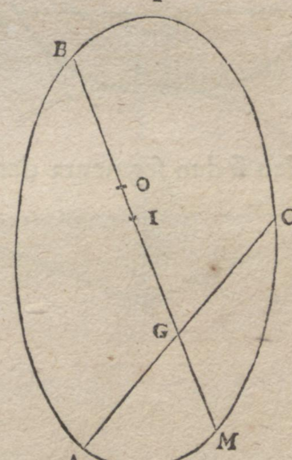
Igitur si dentur duo segmenta, &c. quod fuit demonstrandum.

PROPO-

PROPOSITIO XLIV. THEOREMA XXXIX.

Si duo ſegmenta data fuerint, vnum ellipſis alterum circuli, & quam proportionem habet ſegmentum ellipſis ad totam ellipſim, eamdem habeat ſegmentum circuli ad totum circulum; centra grauitatis in eamdem proportionem diuident earum diametros.





SInt duo ſegmenta ABC, DEF, qualia propoſitio poſtulat, eorum diametri BG, EH, centra grauitatis I & K.

Dico eamdem eſſe proportionem BI ad IG, quæ eſt EK ad EH.

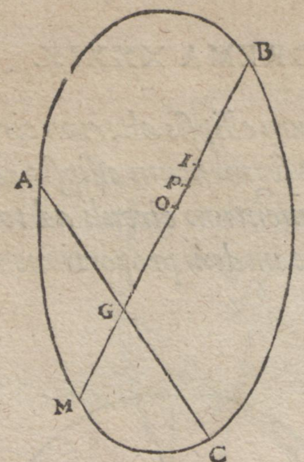
Si enim non ſit eadem proportio, erit maior vel minor.

Sit primò maior proportio BI ad IG, quàm EK ad KH, & diuidatur EH in proportionem BI ad BG, in aliquo puncto L, cadet illud neceſſariò infra punctum K. [a] Inſcribatur ſegmento circuli DEF, euidenter figura rectilinea, cuius centrum grauitatis N, minus abſit à puncto K, interuallo KL, & ſicut diuiſa eſt EH in N, ita diuidatur BG in aliquo puncto O, cadet punctum O ſupra punctum I, nam maior eſt proportio EN ad NH, quàm EL ad LH, id eſt BI ad IG; deinde inſcribatur ſegmento ellipſis ABC euidenter figura rectilinea totidem laterum, eius centrum grauitatis erit O, [b] cadetque ſupra centrum grauitatis ſegmenti, [c] quod fieri nequit; vnde nec maior erit proportio BI ad IG, quàm EK ad KH, vnde id ſequitur.

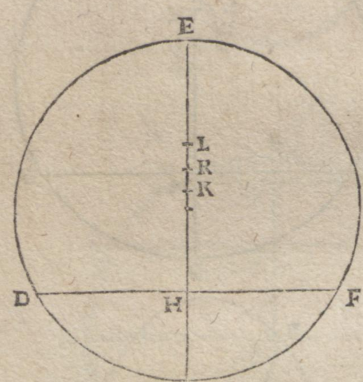
a 42. huius

b 43. huius

c 41. huius



d42.*huius*



e43.*huius*

Sit secundò minor proportio BI ad IG, quàm EK ad KH, & diuidatur EH in proportionem BI ad BG, in aliquo puncto L, cadet illud necessariò supra punctum K, & tum diuidatur BG in O, vt sit BO ad OG, sicut EK ad KH, cadet O necessariò infra I. [d] inscribatur segmento ABC euidenter figura rectilinea, cuius centrum grauitatis P, minus absit à puncto I, interuallo OI, & sicut diuisa est BG in P, ita diuidatur EH in R, cadet R supra K; nam minor est proportio BP ad PG, quàm BO ad OG, id est EK ad KH, deinde inscribatur segmento circuli DEF, euidenter figura rectilinea totidem laterum, eius centrum grauitatis erit R, [e] cadetque supra centrum grauitatis segmenti, quod fieri nequit; vnde nec minor erit proportio BI ad IG, quàm EK ad KH, vnde id sequebatur.

Idcirco cùm proportio BI ad IG, nec maior nec minor sit proportione EK ad EH, erit eadem.

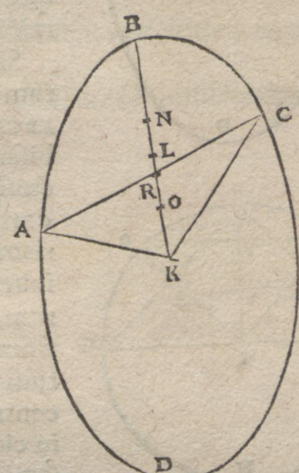
Ideo si duo segmenta data fuerint, &c. quod ostendere oportuit.

PROPO-

PROPOSITIO XLV. THEOREMA XL.

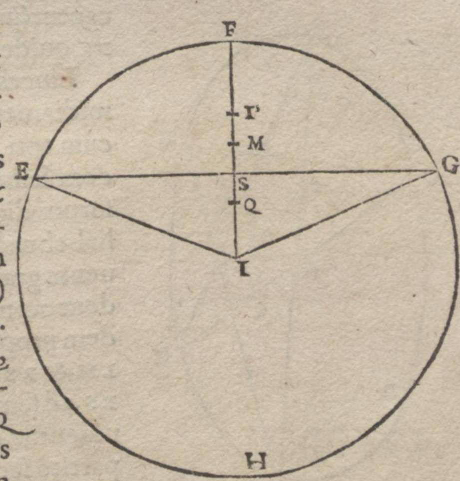
Si fuerint duo Sectores, vnus ellipticus alter circularis, dimidiis suis figuris minores, æquales, vel maiores; & quam proportionem habet vnus Sector ad suam figuram, eamdem habeat alter Sector ad suam, centrum grauitatis ipsorum, in eamdem rationem diuidet semidiametros illas, quæ Sectores bifariam secant.

Sint primò Sectores semiellipsi aut semicirculo minores ABCK, EFGI, eosque bifariam secent semidiametri KB, IF.



Dico semidiametros illas, à centris grauitatis diuidi in eamdem rationem.

Ducantur AC, EG; quòd AC EG secent similiter semidiametros in R & S, & segmenta ABC, EFG singula ad reliqua triangula, & totas figuras, eamdem habeant proportionem, ex Conicis demonstrationibus notum est. ponantur N & P esse centra grauitatis segmentorum; puncta verò O & Q esse centra grauitatis triangulorum ([a] erunt autem N & P in semidiametris KB, IF, bases & segmenta bisecantibus, [b] & O & Q in iisdem semidiametris, quæ bases triangulorum AKC, EIG bifariam diuidunt) [c] erit EN ad NR, vt FP ad PS. [d] item KO ad OR, vt IQ ad QS, & cum N, O, sint centra partium Sectoris elliptici, P & Q verò centra partium Sectoris circularis, totorum Sectorum

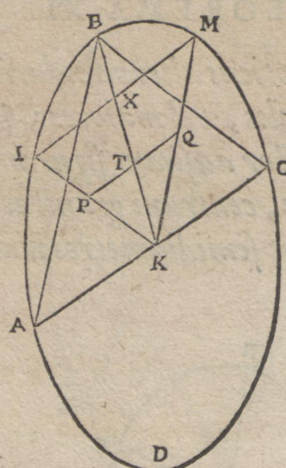


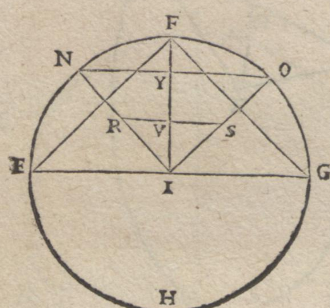
a 19. huius.

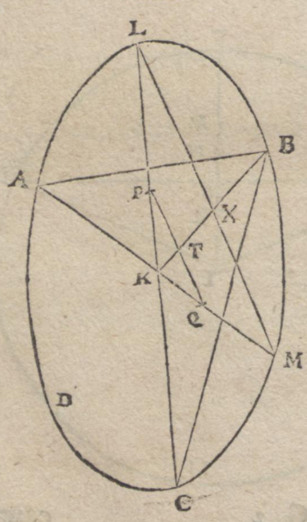
b 13. primi Archim. de æquip.

c 44. huius

d corollar. 14. primi Archim. de æquip.







centra erunt in N O, P Q, & consequenter in semidiametris Sectores bifariam secantibus; sint L & M, [e] erunt reciprocè O L ad L N, & Q M ad M P, sicut segmenta ad triangula, quæ cùm vtrobique in eadem sint proportione, erit O L ad L N, vt Q M ad M P. ideoque manifestum est puncta N, Q, L, O, ita diuidere semidiametrũ B K, vt puncta P, S, M, Q, diuidunt semidiametrum F I, & consequenter puncta L & M, quæ sunt centra grauitatis Sectorum, semidiametros in eamdem rationẽ secare.

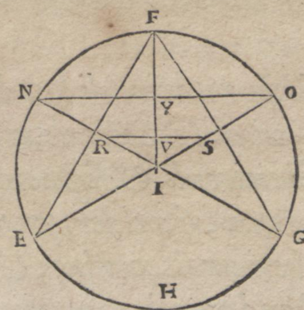
[e] 6. & 7. primi æquiponder. Archim.

Sint secundo ambo mediæ parti suarum figurarum æquales aut maiores, A B C K ellipticus, E F G I circularis, eosque bifariam secent semidiametri B K, I F, factosq; Sectores, in ellipsi quidem A L B K, C M B K, in circulo verò E N F I, G O F I, bifariam secent semidiametri K L, K M, I N, I O, inuentaque sint centra dictorum Sectorum, in quas toti Sectores propositi diuisi sunt, (quos medietate figurarum suarum minores esse necesse erit) sintque centra grauitatis, in ellipsi quidem P, Q, in circulo verò R, S. (erunt enim in illis semidiametris vt iam ostendimus) ducanturque L M, P Q, N O, R S, quæ secent B K quidem in X & T, at F I in Y, V.

Lineas L M, N O bifariam diuidi à semidiametris B K, F I, ex conicis patet; sed cùm toti Sectores ad suas figuras eamdem habeant proportionem, etiam ipsorum dimidij ad suas figuras eamdem habebunt proportionem, [f] ideoque inuenta grauitatis centra A, Q; R, S. diuident omnes illas semidiametros in eamdem proportionem, & P Q erit parallela L M, & R S parallela N O, & tam P Q quàm R S, ad semidiametros B K, F I bifariam diuidentur, cum L M, N O ipsis parallelæ, bipartitò secentur. [g] erit quoque in ellipsi, ob

[f] ex iam dictis.

[g] 1. petitio æquipond. Archim.



ob Sectorum æqualitatem, commune centrum grauitatis amborum Sectorum, punctum T, id est totius Sectoris ABCK, & in circulo punctum V, commune duorum Sectorum centrum, id est totius Sectoris EFGH, sed BK diuiditur in X, quemadmodum FI in Y, vt constat ex conicis, & XK in T, sicut YI in V, cum YT ad TK, sit vt LP ad PK, & YV sit ad VI, vt NR ad RI, [h] sint autem LK in P, & NI in R similiter sectæ, ergo erit etiam tota BK in T, centro grauitatis Sectoris, ita secta, sicut FI in V, itidem centro grauitatis Sectoris.

h *ex iam dictis.*

Igitur si fuerint duo Sectores, &c. quod fuit demonstrandum.

COROLLARIA.

I.

INuentâ circuli quadraturâ, dabitur centrum grauitatis cuiuſlibet Sectoris, minoris & maioris ſemicirculo, ipſius ſemicirculi, & ſegmentorum ſemicirculo maiorum & minorum, ſi quidem proportio arcus ipſorum, ad totam peripheriam ſit cognita; & hæc de ellipticis figuris, quæ illis reſpondent, etiam intelligantur.

II.

Dato cuiuſlibet iſtarum partium grauitatis centro, ipſius etiam quadratura erit obuia; dabuntur enim tres lineæ rectæ, quibus ſumpta quarta proportionalis, ſit arcui toti, aut dimidio figuræ præpoſitæ æqualis. quâ detectâ à nobis connexione, inter quadraturam circuli & centra grauitatis partium eius, ſimul nouam aperuimus viam quadrandi circulum; ſi nimirum centra grauitatis partium, independenter à quadratura quærantur.

III.

Lunularum quarumuis, à quibuſlibet duabus circumferentiæ portionibus comprehenſarum; ſimiliter ſpatiorum inter duas lineas parallelas, vel non parallelas interceptorum; Arbelorum quoque & ſcalprorum, ſeu ſecuricularum, & quarumuis figurarum, vel ex arcubus circuli, vel arcubus & rectis lineis compoſitarum, dabuntur centra grauitatis; quæ omnes ſubtenſis rectis lineis ſub arcubus, in ſegmenta circulorum, & rectilineas figuras reſoluentur. Et hæc in ellipſi quoque locum habent.

Sed & ad corporum quorumdam, quæ nos hactenus latuêre, grauitatis centra reperienda, hæc licebit transferre. Dabuntur enim centra grauitatis partium cylindrorum, dictis iam figuris velut basibus insistentium, bases oppositas parallelas habentium. Similiter & partium conorum per verticem Sectorum, talibus basibus siue circularibus siue ellipticis insistentium. Dabitur enim axis grauitatis, in cylindris quidem per centra grauitatis oppositarum basium parallelarum, in conis verò ductus ad centrum grauitatis basis per verticem, in cuius medietate centrum grauitatis partium cylindricarum, in quarta verò parte quæ basi adiacet, partium conicarum reperietur; iuxta ea quæ Fridericus Commandinus, & Lucas Valerius de centris grauitatis solidorum tradidêre.

R.P.PRO-

56

R. P. PROVINCIALIS Societatis IESV in Prouincia Toletana Facultas.

MICHAEL PACHECVS Societatis IESV, in Prouincia Toletana Præpositus Prouincialis, potestate ad id mihi facta à Reuerendo admodum Patre nostro MVTIO VITELLESCHO, Præposito Generali, facultatem facio, vt liber inscriptus: IOANNIS DELLA FAILLE ANTVERPIENSIS, E SOCIETATE IESV, IN ACADEMIA MATRITENSI COLLEGII IMPERIALIS, REGII MATHESEOS PROFESSORIS, THEOREMATA DE CENTRO GRAVITATIS PARTIVM CIRCVLI ET ELLIPSIS, eiusdem Societatis grauium doctorumque hominum iudicio approbatus, typis mandetur. In quorum fidem has litteras manu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus. Matriti, in nostro Imperiali Collegio x. Kal. Decembr. ∞ IↃC XXXI.

MICHAEL PACHECO.

GVILIELMVS DE VVAEL Societatis IESV per Flandro-Belgium Præpositus Prouincialis IOANNI MEVRSIO Typographo Sal.

CVm P. Ioannes della Faille Societatis nostræ Sacerdos librum composuerit de centro grauitatis partium circuli & ellipsis, examinatum & auctoritate R.di ad.um P. N. Mutij Vitelleschi Præpositi Generalis Societatis IESV approbatum, ego pro auctoritate à Ser.mis Principibus nostris nobis concessa, potestatem Tibi facio dictum librum imprimendi & liberè diuendendi. In quorum fidem has manu mea signaui, & officij mei sigillo muniui Liræ 4. Aprilis 1632.

GVILIELMVS DE WAEL.

SVMMA PRIVILEGII.

PHILIPPVS Dei gratia, Hispaniarum, Indiarum, &c. Rex Catholicus, Archidux Austriæ, Dux Burgundiæ, Brabantiæ, &c. Serenissimus Belgarum Princeps, diplomate suo sanxit, ne quis Librum, cui titulus est, THEOREMATA DE CENTRO GRAVITATIS PARTIVM CIRCVLI ET ELLIPSIS, Auctore P. IOANNE DELLA FAILLE, citra IOANNIS MEVRSI voluntatem, vllo modo imprimat, aut alibi terrarum impressum, in Inferioris Germaniæ ditiones importet, venalémve habeat. Qui secus faxit, confiscatione Librorum, & alia graui pœna mulctabitur, vti latius patet in Litteris datis Bruxellæ, 24. Apr. 1632.

Signat.

I. COOLS.

FINE

CB